INGENIERÍA
FORESTAL
Tecnológico de Estudios Superiores
de Valle de Bravo

Manual de Prácticas

Nombre de la asignatura: Diseños experimentales

Autor:
M.C. René García Martínez

Revisores:
M. EN EA. Felipe Neri Hernández Soto

.

ÍNDICE

PRÓLOGO

Una de las áreas, en la cual los estudiantes suelen encontrar dificultades, es en el análisis estadístico de los datos, debido a lo abstracto que suelen ser estos cursos y la mínima exigencia de este tipo de análisis en las actividades diarias del alumnado. Por lo cual, con la finalidad de contribuir significativamente al perfil profesional del Ingeniero Forestal, se desarrollan con claridad los tópicos que plantea el programa del curso “Diseños Experimentales” que se imparte en el quinto semestre la carrera.

En primer lugar, se da un panorama introductorio que aporta conceptos esenciales sobre los diseños experimentales, posteriormente se abordan cada uno de los diseños básicos con un ejemplo aplicado, que permiten al estudiante identificar la situación en donde debe aplicarse cada tipo de diseño. Finalmente se abordan las pruebas de comparación de medias comúnmente utilizadas para la identificación del mejor tratamiento.

Al finalizar el curso el alumno será capaz de comprender y discutir los datos presentados en las publicaciones científicas, diseñar experimentos de investigación y analizar los datos obtenidos, y presentar información que ha sido validada mediante la metodología científica.

II. OPERACIÓN SUMATORIA

La operación sumatoria nos indica el procedimiento en que deben sumarse los elementos que la conforman.

1.1 Elementos que conforman a la sumatoria

Valor más grande de la sumatoria

$$\sum_{i=1}^{3} x_i = x_1 + x_2 + x_3$$

Desarrollo de la sumatoria

Expresión afectada por la sumatoria

Valor más pequeño de la sumatoria

Subíndice

X_1, X_2, X_3 = Términos de la sumatoria

1.1. Propiedades de la sumatoria

$$\sum_{i=1}^{n} C = nC$$

$$\sum_{i=1}^{n} Cx_i = C\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i + y_i = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i$$

1.2. Desarrollo de la sumatoria simple

El desarrollo de una sumatoria implica sustituir en la expresión afectada por la sumatoria desde el valor más pequeño hasta el valor más grande separados por un signo de adición (+).

$$\sum_{i=1}^{4} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n$$

$$\sum_{j=1}^{4} y_j = y_1 + y_2 + y_3 + y_4$$

$$\sum_{j=1}^{n} y_j = y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_n$$

1.3. Desarrollo de una sumatoria doble

Una sumatoria doble puede desarrollarse comenzando por la operación de la Derecha (A) y después por la operación de la Izquierda (B).

$$\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} x_{ij} = \sum_{j=1}^{2} (x_{i1} + x_{i2} + x_{i3})$$

$$\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} x_{ij} = x_{11} + x_{21} + x_{12} + x_{22} + x_{13} + x_{23}$$

La misma operación también puede desarrollarse comenzando por la operación de la Izquierda (A) y después por la operación de la Derecha (B).

$$\sum_{i=1}^{2} \square \sum_{j=1}^{3} \boldsymbol{x_{2j}} = \sum_{j=1}^{3} \boldsymbol{x_{ij}} + \sum_{j=1}^{3} \boldsymbol{x_{2j}}$$

$$\sum_{i=1}^{2} \square \sum_{j=1}^{3} \boldsymbol{x_{2j}} = \boldsymbol{x_{11}} + \boldsymbol{x_{12}} + \boldsymbol{x_{13}} + \boldsymbol{x_{21}} + \boldsymbol{x_{22}} + \boldsymbol{x_{23}}$$

1.4. Sumatorias Cuádruples

$$\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\mathbf{2}}\sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\mathbf{3}}\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\mathbf{4}}\sum_{\boldsymbol{l=1}}^{\mathbf{5}}\boldsymbol{Xijkl}=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}Xijk1+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}Xijk2+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}Xijk3+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}Xijk4+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}\sum_{k=1}^{4}Xijk5$$

$$\begin{aligned}\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\mathbf{2}}\sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\mathbf{3}}\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\mathbf{4}}\sum_{\boldsymbol{l=}}^{\mathbf{5}}\boldsymbol{Xijkl}={}&\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij11+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij21+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij31+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij41+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij12+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij22+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij32++\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij42\\&+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij13+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij23+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij33+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij43+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij14+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij24+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij34\\&+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij44+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij15+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij25+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij35+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{3}Xij45\end{aligned}$$

$$\sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\mathbf{2}}\sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\mathbf{3}}\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\mathbf{4}}\sum_{\boldsymbol{l=}}^{\mathbf{5}}\boldsymbol{Xijkl}=\sum_{i=1}^{2}Xi111+\sum_{i=1}^{2}Xi211+\sum_{i=1}^{2}Xi311\sum_{i=1}^{2}Xi121+\sum_{i=1}^{2}Xi221+\sum_{i=1}^{2}Xi321+\sum_{i=1}^{2}Xi131+\sum_{i=1}^{2}Xi231+\sum_{i=1}^{2}Xi331+\sum_{i=1}^{2}Xi141+\sum_{i=1}^{2}Xi241$$

$$+\sum_{i=1}^{2}Xi341+\sum_{i=1}^{2}Xi112+\sum_{i=1}^{2}Xi212+\sum_{i=1}^{2}Xi312+\sum_{i=1}^{2}Xi112+\sum_{i=1}^{2}Xi222+\sum_{i=1}^{2}Xi322+\sum_{i=1}^{2}Xi132+\sum_{i=1}^{2}Xi232+\sum_{i=1}^{2}Xi332+\sum_{i=1}^{2}Xi142+\sum_{i=1}^{2}Xi242+\sum_{i=1}^{2}Xi342+\sum_{i=1}^{2}Xi113$$

$$+\sum_{i=1}^{2}Xi213+\sum_{i=1}^{2}Xi313+\sum_{i=1}^{2}Xi123+\sum_{i=1}^{2}Xi223+\sum_{i=1}^{2}Xi323+\sum_{i=1}^{2}Xi133+\sum_{i=1}^{2}Xi233+\sum_{i=1}^{2}Xi333+\sum_{i=1}^{2}Xi143+\sum_{i=1}^{2}Xi243+\sum_{i=1}^{2}Xi343+\sum_{i=1}^{2}Xi114+\sum_{i=1}^{2}Xi214+\sum_{i=1}^{2}Xi314$$

$$+\sum_{i=1}^{2}Xi124+\sum_{i=1}^{2}Xi224+\sum_{i=1}^{2}Xi324+\sum_{i=1}^{2}Xi134+\sum_{i=1}^{2}Xi234+\sum_{i=1}^{2}Xi334+\sum_{i=1}^{2}Xi144+\sum_{i=1}^{2}Xi244+\sum_{i=1}^{2}Xi344+\sum_{i=1}^{2}Xi115+\sum_{i=1}^{2}Xi215+\sum_{i=1}^{2}Xi315+\sum_{i=1}^{2}Xi125+\sum_{i=1}^{2}Xi225$$

$$+\sum_{i=1}^{2}Xi325+\sum_{i=1}^{2}Xi135+\sum_{i=1}^{2}Xi235+\sum_{i=1}^{2}Xi335+\sum_{i=1}^{2}Xi145+\sum_{i=1}^{2}Xi245+\sum_{i=1}^{2}Xi345$$

$$\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{4} \sum_{l=}^{5} \boldsymbol{Xijkl} = X1111 + X2111 + X1211 + X2211 + X1311 + X2311 + X1121 + X2121 + X1211 + X2211 + X1321 + X2321 + X1131$$

$$+X2131 + X1231 + X2231 + X1331 + X2331 + X1141 + X2141 + X1241 + X2241 + X1341 + X2341 + X1112 + X2112 + X1212 + X2212 + X1312$$

$$+X2312 + X1122 + X2122 + X1222 + X2222 + X1322 + X2322 + X1132 + X2132 + X1232 + X2232 + X1332 + X2332 + X1142 + X2142 + X1242$$

$$+X2242 + X1342 + X2342 + X1113 + X2113 + X1213 + X2213 + X1313 + X2313 + X1123 + X2123 + X1223 + X2223 + X1323 + X2323 + X1133$$

$$+X2133 + X1233 + 2233 + X1333 + X2333 + X143 + X2143 + X1243 + X2243 + X1343 + X2343 + X1114 + X2114 + X1214 + X2214 + X1314 +$$

$$+X2314 + X1124 + X2124 + X1224 + X2224 + X1324 + X2324 + X1134 + X2134 + X1234 + X2234 + X1334 + X2334 + X1144 + X2144 + X1244$$

$$+X2244 + X1344 + X2344 + X1115 + X2115 + X1215 + X2215 + X1315 + X2315 + X1125 + X2125 + X1225 + X2225 + X1325 + X2325 + X1135$$

$$+X2135 + X1235 + X2235 + X1335 + X2335 + X1145 + X2145 + X1245 + X2245 + X1345 + X2345$$

1.5. Sumatoria de rango variable

$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{ri+2} \boldsymbol{Y^2ij}$$

Donde:

r1=3
r2=5
r3=10
r4=3

$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{ri+2} \boldsymbol{Y^2ij} = \sum_{j=1}^{r1+2} \boldsymbol{Y^2 1j} + \sum_{j=1}^{r2+2} \boldsymbol{Y^2 2j} + \sum_{j=1}^{r3+2} \boldsymbol{Y^2 3j} + \sum_{j=1}^{r4+2} \boldsymbol{Y^2 4j}$$

$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{ri+2} \boldsymbol{Y^2ij} = \sum_{j=1}^{3+2} \boldsymbol{Y^2 1j} + \sum_{j=1}^{5+2} \boldsymbol{Y^2 2j} + \sum_{j=1}^{10+2} \boldsymbol{Y^2 3j} + \sum_{j=1}^{3+2} \boldsymbol{Y^2 4j}$$

$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{ri+2} \boldsymbol{Y^2ij} = \sum_{j=1}^{5} \boldsymbol{Y^2 1j} + \sum_{j=1}^{7} \boldsymbol{Y^2 2j} + \sum_{j=1}^{12} \boldsymbol{Y^2 3j} + \sum_{j=1}^{5} \boldsymbol{Y^2 4j}$$

$$\sum_{i=1}^{4} \sum_{j=1}^{ri+2} \boldsymbol{Y^2ij} = \boldsymbol{Y^2 11 + Y^2 12 + Y^2 14 + Y^2 15 + Y^2 21 + Y^2 22 + Y^2 23 + Y^2 24 + Y^2 25}$$

$$\boldsymbol{+Y^2 26 + Y^2 27 + Y^2 31 + Y^2 32 + Y^2 33 + Y^2 34 + Y^2 35 + +Y^2 36 + Y^2 37}$$

$$\boldsymbol{+Y^2 38 + +Y^2 39 + +Y^2 310 + +Y^2 311 + Y^2 312 + Y^2 41 + +Y^2 42 + +Y^2 43}$$

$$\boldsymbol{+Y^2 44 + +Y^2 45}$$

II. PRUEBA DE HIPÓTESIS

Las ciencias forestales continuamente requieren del análisis estadístico de datos obtenidos en campo. Para ello hacemos uso de técnicas que nos ayudan a tomar decisiones acerca de un fenómeno de estudio.

2.1 Prueba de Hipótesis

En los Diseños Experimentales se utiliza el procedimiento conocido como Prueba de Hipótesis. La hipótesis, en la investigación científica, es un elemento muy importante ya que es la teoría que el investigador pone a prueba durante la ejecución de su proyecto.

Pájaro-Huertas (2002) menciona varias definiciones acerca de la formulación de hipótesis (Cuadro 1). Estas nos dan un panorama muy amplio de su significado y la forma en que debe abordarse al momento de plantear un experimento.

Prueba de Hipótesis: Método estadístico que se emplea para determinar si una hipótesis es verdadera o falsa (Castillo-Márquez, 2006).

De acuerdo con Castillo-Márquez (2006) existen elementos indispensables que debe contener una prueba de hipótesis y son las siguientes:

Hipótesis a Probar: Consiste en un par de hipótesis (*Hipótesis Nula e Hipótesis Alternativa*) las cuales se contraponen, es decir la Hipótesis Alternativa es contraria a la Hipótesis Nula. La Hipótesis Nula es aquella que el investigador está dispuesto a sostener como cierta y se representa como Ho. La Hipótesis Alternativa es aquella que contradice a la Hipótesis Nula y se representa como Ha.

Estadística de Prueba: Es una fórmula estadística que, con base en los datos experimentales, permite obtener un número (Valor calculado) que se compara contra un valor de tablas (Valor tabulado) de la distribución de probabilidad con la que se relaciona la estadística de prueba. Existen varias estadísticas de prueba que se utilizan en diseños experimentales y la más común es el Análisis de la Varianza (ANOVA).

Regla de decisión: Determina la forma en debe relacionarse el valor calculado con el valor tabulado para rechazar o no rechazar la Ho.

Conclusión: Después de rechazar o no rechazar la Ho se debe redactar la conclusión pertinente con base en el experimento.

Cuadro 1. Diversos enfoques en la conceptualización de la hipótesis.

No.	Concepto
1.	**Etimológicamente (Hipo = Bajo) (Thesis = Posición y situación):** Explicación supuesta que está bajos ciertos criterios hechos, a los que sirve de soporte.
2.	Es la suposición que permite establecer una relación entre hechos.
3.	Es una afirmación sujeta a confirmación.
4.	Es una solución teórica o tentativa a un problema.
5.	Es una explicación provisional de un problema.
6.	Es una relación entre dos o más variables para describir o explicar un problema.
7.	Es un raciocinio o una conclusión según la cual un determinado conjunto de fenómenos, cuyo pensamiento forma un predicado del juicio, puede ser explicado como el resultado de un orden sujeto a leyes que se observa directamente.
8.	Es el juicio problemático mediatizado sobre el vínculo sujeto a leyes de los fenómenos, que se obtiene como deducción de un raciocinio de probabilidad.
9.	Es una suposición acerca de la existencia de una entidad, la cual permite la explicación de los fenómenos o del fenómeno estudiado.
10.	Es aquella formulación que se apoya de un sistema de conocimientos organizados y sistematizados, y que establece una relación entre dos o más

variables para explicar y predecir en la medida del o posible, aquellos fenómenos de una parcela determinada de la realidad en caso de comprobarse relación establecida.

11. Conjunto de datos que describen un problema, donde se propone una reflexión y/o explicación que plantea la solución a este problema.
12. Enunciado o proposición que sirve de antecedentes para explicar ¿Por qué? o ¿Cómo? Se produce un fenómeno o conjunto de fenómenos relacionados entre sí.

Fuente: Pájaro- Huertas, 2002.

III. GENERALIDADES DE LOS DISEÑOS EXPERIMENTALES

3.1 Conceptualización

Experimentar: En las ciencias fisicoquímicas y naturales, consiste en hacer operaciones destinadas a descubrir, comprobar o demostrar determinados fenómenos o principios científicos (Real Academia de la Lengua Española, 2001).

Tratamientos: Son formas o modos de hacer las cosas, para detectar o determinar, mediante la medición, el efecto que producen en la variable respuesta.

Ejemplo de tratamientos

Dosis de fertilización	Procedencias de germoplasma
Densidad de siembra	Especies de pino
Sistema de Plantación	Dosis de insecticida
Profundidad de Siembra	Pendiente del terreno
Frecuencia de Riego	Cantidad de combustible

Unidad Experimental: Elementos (individuos, superficie mínima) que reciben la aplicación de los tratamientos.

Ejemplo de unidades experimentales:

Parcelas.	Animales
Barra de madera	Volumen de agua
Árboles.	Volumen de suelo
Cable	Volumen de material
Plantas	Frutos
Barra de metal.	Insectos
Semillas	Conos

Variables Respuesta: Es la medida que se evalúa en la unidad experimental para detectar el efecto que producen los tratamientos.

Ejemplos de Variable respuesta

Rendimiento (Volumen. Peso)	Pendiente
% Acidez	Contenido de humedad
Ph	Daño del insecto
Altura de la planta	Número de insectos muertos
Diámetro	Volumen comercial
Pureza de semilla	Coeficiente de aserrío
Profundidad de suelo	Densidad de la Madera
Contenido de materia orgánica	ICA, IMA

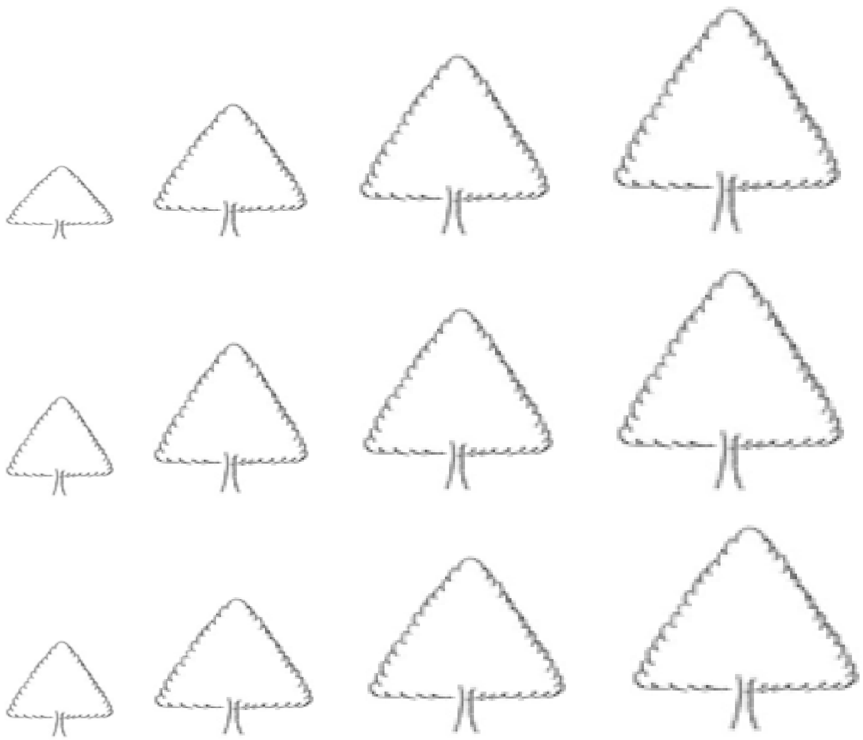
Repetición: Cuando en un experimento se tiene un conjunto de tratamientos para poder estimar el error experimental, es necesario que dichos tratamientos aparezcan más de una vez en el experimento, para así aumentar la precisión de éste, controlar el error experimental y disminuir la desviación estándar de la media (Badii *et al*., 2007a). Es el total de unidades experimentales a los cuales se les aplica un tratamiento (Figura 1).

Bloque: Conjunto de unidades experimentales con características homogéneas, que se forman de acuerdo con un factor concomitante (Figura 2).

Tratamientos	**Repetición 1**	**Repetición 2**	**Repetición 3**
Riego semanal			
Riego mensual			

Sin riego

Figura 1. Esquematización de los tratamientos con sus repeticiones.



Bloque 1 **Bloque 2** **Bloque 3** **Bloque 4**

Figura 2. Gradiente de variación en altura de árboles. Al presentarse 4 alturas diferentes se pueden formar 4 bloques.

Error Puro: Variación que presentan los valores de la variable respuesta en unidades experimentales homogéneas que reciben el mismo tratamiento. Las causas no son controladas por el investigador y en las ciencias naturales, dentro de un grupo de individuos teóricamente homogéneos, esta variabilidad suele ser frecuente (Figura 3).

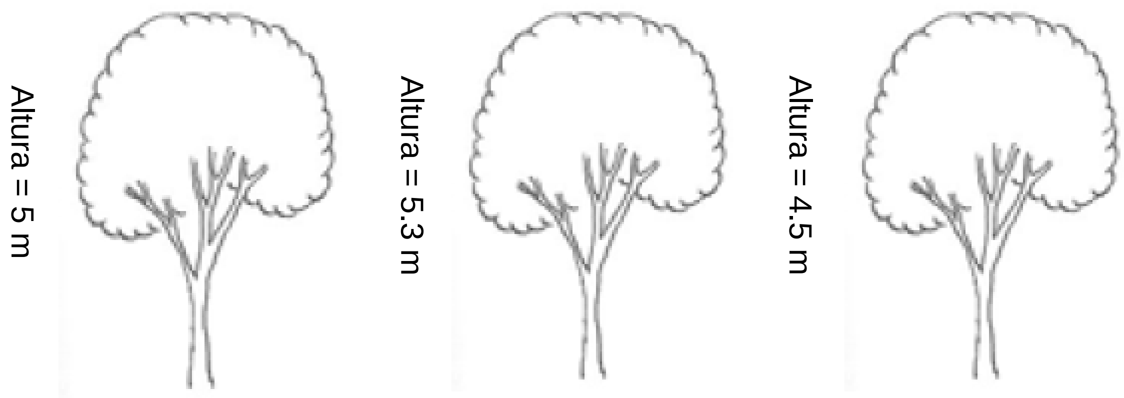


Figura 3. Variabilidad en la altura de árboles de *Quercus*.

Tratamiento Testigo (Control): Es un tratamiento especial que se usa como referencia para hacer comparaciones con respecto a los demás tratamientos.

Ejemplo:

Para evaluar el Porcentaje de Germinación en semillas de *Pinus patula* se instaló un experimento donde se comparó el efecto de extractos vegetales, donde el tratamiento testigo fue la aplicación de agua pura (Figura 4).

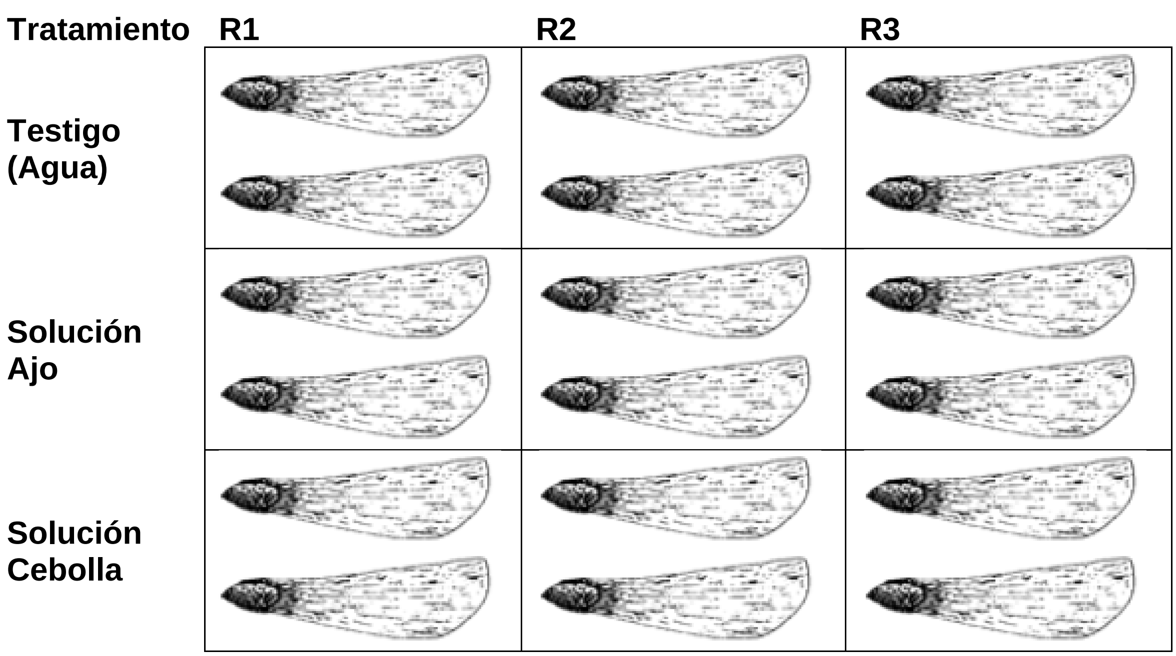


Figura 4. Esquematización del control o tratamiento testigo.

Experimento Simple: En este tipo de experimentos se estudia solamente un factor de interés (Figura 5).

Ejemplo:

Para evaluar el Porcentaje de Germinación (Variable respuesta) en semillas de *Pinus patula* se instaló un experimento donde se estudió un factor “tamaño de la semilla” a 2 niveles “Semilla grande y Semilla Pequeña”. La unidad experimental estuvo conformada por 100 semillas.

Tratamientos	**R1**	**R2**	**R3**
Semilla Grande			
Semilla Pequeña			

Figura 5. Ejemplo de diseño de un experimento simple.

Experimento Factorial: En este tipo de experimentos se estudian dos o más factores a la vez, con sus distintos niveles.

Para evaluar la tasa de germinación en semillas de *Pinus patula* se instaló un experimento donde se estudió el **Factor 1** “tamaño de la semilla” con dos niveles “Semilla grande y Semilla Pequeña” y el **Factor 2** “Procedencia” con sus 2 niveles “Amanalco y Villa del Carbón”. En este caso, los tratamientos se obtienen de la combinación de los niveles de los factores.

Para conocer el número de tratamientos que se obtendrán en un experimento factorial, basta con multiplicar los niveles del Factor 1 por los niveles del Factor 2.

Ejemplo 1:

Factor 1 (Tamaño de la Semilla) = 2 Niveles (Semilla Grande, Semilla Chica)

Factor 2 (Procedencia) = 2 Niveles (Amanalco, Villa del Carbón)

Total de tratamientos = 2 x 2 = 4

Tratamientos

Tratamiento 1 = Semilla Grande (Amanalco)

Tratamiento 2 = Semilla Chica (Amanalco)

Tratamiento 3 = Semilla Grande (Villa del Carbón)

Tratamiento 4 = Semilla Chica (Villa del Carbón)

Ejemplo 2:

Se instaló un experimento para producir planta de *Abies religiosa* en cultivo *in vitro* para ello se utilizó un Factorial en el que se evaluaron 2 factores (Temperatura y Humedad Relativa) con 3 niveles cada uno.

Tratamientos

10 °C (20%)

10 °C (50%)

10 °C (60%)

20 °C (20%)

20 °C (50%)

20 °C (60%)

30 °C (20%)

30 °C (50%)

30 °C (60%)

Factorial completo: Es el experimento donde se estudian todas las combinaciones posibles (caso anterior sería estudiar las 9 combinaciones).

Factorial incompleta: Es el experimento donde se estudian solo una parte de las combinaciones posibles.

Ejemplo:

Se instaló un experimento de cultivo *in vitro* de *Abies religiosa* y se utilizó un Factorial en el que se evaluaron 2 factores (Temperatura Ambiente y Humedad Relativa) con 3 niveles cada uno. Dado que no existe espacio suficiente en el laboratorio se utilizó un factorial incompleta, por lo cual, solo se seleccionaron 6 combinaciones.

Tratamientos

10 °C (20%)
10 °C (50%)
10 °C (60%)
20 °C (20%)
20 °C (50%)
20 °C (60%)
30 °C (20%)
30 °C (50%)
30 °C (60%)

Tratamientos seleccionados

SUPUESTOS

Factorial balanceada: Cuando los tratamientos tienen el mismo número de repeticiones. Lo ideal es trabajar con experimentos completos y balanceados (Figura 6).

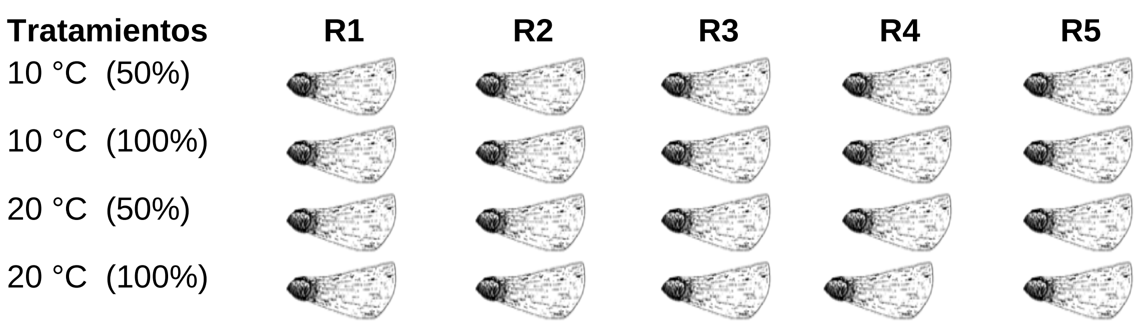


Figura 6. Diseño experimental factorial balanceado.

Factorial desbalanceada: las combinaciones estudiadas no tienen igual número de repeticiones (Figura 7).

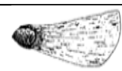
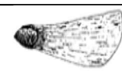
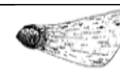
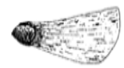
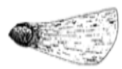
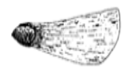
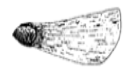
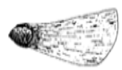
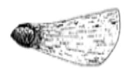
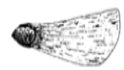
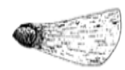
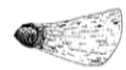
Tratamientos	R1	R2	R3	R4	R5
10 °C (50%)					
10 °C (100%)					
20 °C (50%)					
20 °C (100%)					

Figura 7. Representación de un diseño experimental factorial desbalanceado.

3.2 Diseños experimentales más comunes

Diseño Experimental: Conjunto ordenado de normas, procedimientos y cálculos que orientan acerca de la forma en que deben disponerse las unidades experimentales en el campo o laboratorio, la forma en que deben colocarse los tratamientos en las unidades experimentales, la manera en que deben colocarse recopilarse y analizarse los datos experimentales, para así obtener información relevante y con alto grado de confiabilidad basado en los datos arrojados por la variable respuesta (Castillo-Márquez, 2006).

Por su parte, Badii *et al*. (2007a) menciona que el Diseño Experimental es un esquema para realizar un experimento y los objetivos son: (1) verificar si la diferencia entre los tratamientos es una diferencia verdadera o se debe a un proceso al azar, (2) establecer tendencias entre las variables.

De acuerdo con Badii *et al.* (2007a) los principales diseños experimentales comúnmente utilizados son los diseños factoriales, diseño completamente aleatorio, diseños de bloques completos e incompletos y diseño de parcelas y bloques divididos, y a parte los de discriminante, cluster y serie de tiempo. En el Cuadro 2, se muestran las características de cada uno de ellos.

Cuadro 2. Diseños experimentales, características y ventajas.

Nombre	Características	Ventajas
Diseño Completamente al azar (Badii *et al*., 2007b).	Con 0 gradiente de variabilidad	1. fácil de diseñar 2. fácil de analizar 3. diferentes # de repeticiones 4. máximo grado de libertad para el error.
Diseño de Bloques al azar (Badii *et al*., 2007c).	Con 1 gradiente de variabilidad	1. reduce la varianza de error 2. fácil de analizar 3. más flexibilidad 4. más precisión
Diseño de Cuadro Latino (Badii *et al*., 2007c).	Con 2 gradientes de variabilidad	1. reduce la varianza de error 2. fácil de analizar 3. más flexibilidad 4. más precisión
(a) Diseño factorial, con asignación al azar y (b) Parcelas divididas, sin asignación al azar de la unidad experimental a la unidad de muestra. (Badii *et al*., 2007c).	Más de 1 factor	1. más económico 2. permite medir las interacciones

Homogeneidad de varianza entre tratamientos: Todos los tratamientos tienen varianzas similares. Como estadística de prueba se utiliza el Test de Bartlett.

Normalidad: Las pruebas de normalidad determinan si un conjunto de datos experimentales presenta similitud con la distribución normal. La hipótesis nula supone que los datos están distribuidos normalmente, mientras que un valor suficientemente pequeño de P-Value indica datos no normales. Entre las estadísticas de prueba de normalidad se encuentran las de Kolmogorov-Smirnov test, Lilliefors test, Ryan-Joiner test, Shapiro-Wilk test, normal probability plot (rankit plot) y Anderson Darling test (Rodríguez-Heríquez, 2015).

Independencia: Los datos que se obtengan en los diseños experimentales no deben ser manipulados por el investigador.

4.1 Prueba de normalidad

Esta es la primera prueba que tiene que realizarse al conjunto de datos obtenidos del experimento. Las principales pruebas que se utilizan son Anderson-Darling, Shapiro Wilk, Kolmogorov-Smirnov y Cramer-von Mises.

Ejemplo:

De un inventario forestal se obtuvieron datos de altura de 10 árboles. Para conocer si cumplen el supuesto de Normalidad se ejecutó la prueba con el paquete estadístico SAS® y se consideró el Test de Anderson-Darling.

Cuadro 3. Altura de árboles de *Pinus pseudostrobus.*

Árbol	Altura (m)
1	7.3
2	8.2
3	7.7

4	9.9
5	7.0
6	9.7
7	8.3
8	6.4
9	12.5
10	10.3

Contraste de Hipótesis

Ho= Los valores de altura de los árboles tienen distribución normal.

Ha= Los valores de altura no tienen distribución normal.

Test de Anderson – Darling

Del programa en SAS® se obtiene (p- value > 0.25).

Conclusión

Para concluir se utiliza la siguiente Regla de decisión:

“Rechazar H0 si p –vale < α (0.05)”

Por lo tanto, no se rechaza H_0: los valores de rendimiento tienen distribución normal.

Prueba de Normalidad para un los Tratamientos de un Experimento

En un diseño experimental, la prueba de normalidad debe ejecutarse dentro de cada tratamiento, por lo cual, se plantean hipótesis y se concluye para cada tratamiento. A continuación, se muestra el procedimiento:

Tratamiento	**r1**	**r2**	**r3**	**r4**	**r5**	**r6**
Testigo	43.3	42.9	40.5	42.5	40.5	43.4
Tratamiento 1	28.9	29.6	31	35.6	33.3	39.1
Tratamiento 2	29.6	28.9	31	33.3	39.1	35.6
Tratamiento 3	33.4	35	48.5	37.3	37.5	33.2

Planteamiento de Hipótesis

Testigo

Ho = Los valores de Y del testigo tiene distribución normal

Ha = Los valores de Y del testigo no tienen distribución normal

Tratamiento 1
Ho = Los valores de Y del tratamiento 1 tiene distribución normal

Ha = Los valores de Y del tratamiento 1 no tienen distribución normal

Tratamiento 2
Ho = Los valores de Y del tratamiento 2 tiene distribución normal

Ha = Los valores de Y del tratamiento 2 no tienen distribución normal

Tratamiento 3
Ho = Los valores de Y del tratamiento 3 tiene distribución normal

Ha = Los valores de Y del tratamiento 3 no tienen distribución normal

Conclusión

Del programa SAS® se obtienen los valores del test de Anderson-Darling.

Tratamiento 1
De acuerdo con el test Anderson-Darling

p- Vale >0.25

p- vale>0.05 (α)

No se rechaza Ho. Los valores de Y del tratamiento 1 tienen distribución normal.

Tratamiento 2
De acuerdo con el test Anderson-Darling

p- Value > 0.25

p- Value > 0.05 (α)

No se rechaza Ho. Los valores de Y del tratamiento 2 tienen distribución normal.

Tratamiento 3
De acuerdo con el test Anderson-Darling

p- Vale >0.25

p- vale>0.05 (α)
No se rechaza Ho. Los valores de Y del tratamiento 1 tienen distribución normal.

4.2 Prueba de varianzas homogéneas

El segundo supuesto debe cumplirse y que se lleva a cabo en el análisis estadístico de experimentos es la Homogeneidad de Varianzas. Para este procedimiento se utiliza el Test de Bartlett en este caso lo realizaremos mediante la programación en el paquete estadístico SAS®. Este procedimiento compara los datos de los tres tratamientos. El procedimiento se muestra a continuación:

Tratamientos	R1	R2	R3	R4	R5	R6
T1	47.3	43.9	40.5	44.5	39.5	46.4
T2	28.9	29.6	31	35.6	33.3	39.1
T3	38	48.5	37.3	37.5	33.2	33.4

Contraste de hipótesis

Ho : $\sigma^2 yT_{1} = \sigma^2 yT_{2} = \sigma^2 yT_{3}$ (Las varianzas son homogéneas)
Ha : Al menos 2 varianzas son diferentes (Las varianzas no son homogéneas)

Conclusión

Para concluir se utiliza la siguiente regla se decisión.
“Rechazar Ho si P – Value < α “

Al correr el programa en el paquete estadístico SAS® el Test de Bartlett nos arroja el valor 0.4536.

Por lo tanto, No se rechaza H_O y ello implica que las varianzas son homogéneas.

4.3 Consideraciones

Cuando los datos no cumplen los supuestos de normalidad y varianzas homogéneas no se puede continuar el análisis de datos, en ese caso se realiza una transformación de datos o se utiliza estadística no paramétrica, uno de estos procedimientos lo trataremos en el último capítulo. Por ahora nos enfocaremos en revisar los diseños experimentales utilizados comúnmente en la investigación científica.

V. DISEÑO EXPERIMENTAL COMPLETAMENTE AL AZAR

Este diseño es el más sencillo, eficiente y se origina por la asignación aleatoria de los tratamientos a un conjunto de unidades experimentales previamente determinado (Badii *et al*., 2007).

Se emplea cuando las unidades experimentales son básicamente homogéneas entre sí, es decir cuando la variación entre ellas es pequeña. También es utilizado preferentemente en experimentos de laboratorio o invernadero porque es posible, en estos casos, mantener las condiciones homogéneas en las unidades experimentales.

5.1 Proceso de aleatorización

El proceso de aleatorización requiere de unidades experimentales homogéneas, las cuales deberán identificarse con un código. Los tratamientos también deben identificarse y designar cuantas repeticiones tendrá cada uno. En dos urnas se colocan por un lado los tratamientos y en el otro las unidades experimentales. El proceso de selección comienza seleccionando un tratamiento y una U.E. y se forma la primera combinación. El proceso continuo hasta agotar tantos tratamientos y U.E.

Ejemplo.

Mediante un Diseño Experimental Completamente Aleatorizado se compararon tres tratamientos de fertilización (T1 = 0N-0P-0K, T2= 10N-10P-10K, T3 = 20N-20P-20K) que se aplicaron a árboles de roble. Cada tratamiento incluyó 5 repeticiones. Se aplicó la técnica de aleatorización quedando la distribución de los tratamientos como se muestra en la Figura 8.

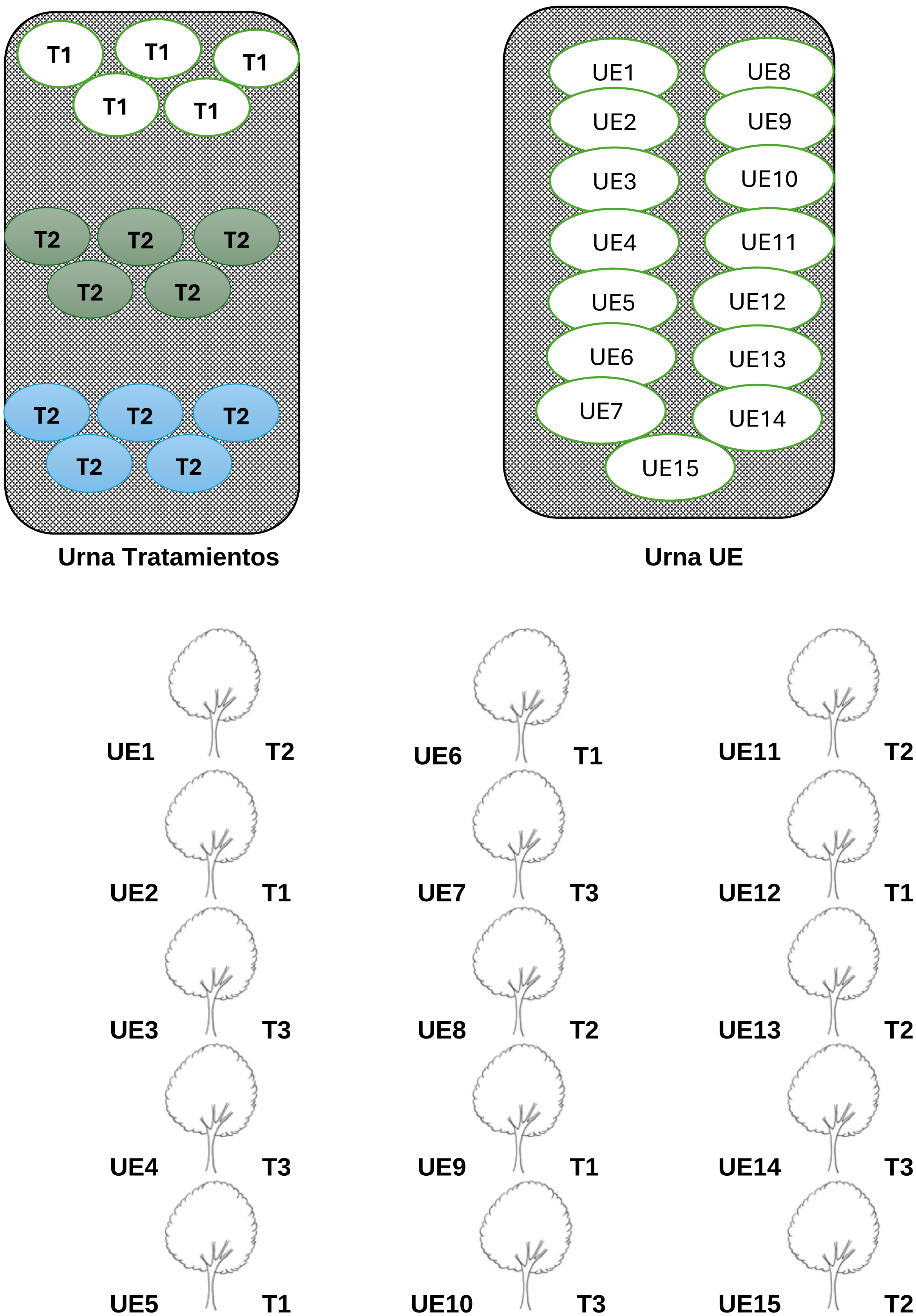


Figura 8. Proceso de aleatorización a través del cual se asignan los tratamientos a las unidades experimentales.

Cuadro 4. Fórmulas para el Análisis de la Varianza de un Diseño Experimental Completamente Aleatorizado.

FV	GL	SC	CM	F Cal	F tab	Sig.
Trat	t-1	$(\sum_{i=1}^{t} \frac{y_{i\bullet}^{2}}{r}) - \frac{y_{\bullet\bullet}^{2}}{tr}$	$\frac{\mathrm{SC(TRA)}}{\mathrm{GL(TRA)}}$	$\frac{\mathrm{CM(TRA)}}{CM(ERROR)}$	$F_{GL\ (Error)}^{GL\ (Tra)}$	* ** NS
Error	gl(tot)-gl(trat)	SC(tot)-SC(trat)	$\frac{\mathrm{SC(Error)}}{\mathrm{GL(Error)}}$			
Total	tr-1	$\sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} (y_{ij}^{2} - \frac{y^{2}..}{tr})$				

Dónde:

FV = Fuentes de Variación.

GL= Grados de Libertad.

SC = Suma de Cuadrados

CM = Cuadrados Medios.

FCal = F Calculada

FTab = F Tabular

Trat = tratamientos

Sig = Significancia estadística

t = número de tratamientos.

r = número de repeticiones.

y_i = Total del Tratamiento.

Y• = Gran Total

**** =** Rechazar H_0 usando α = 0.05

*** =** Rechazar H_0 usando α = 0.01

NS = No se rechaza Ho.

Cuadro 5. Tabla de recolección de datos, se anota el valor de Y de cada UE.

	R1	R2	Rn	Totales
T1	Y11	Y12	Y1n	Y1•
T2	Y21	Y22	Y2n	Y2•
Tn	Yn1	Yn2	Ynn	Y3•
				Y••

Se dice que el Análisis de la Varianza es Significativo cuando se rechaza la Hipótesis Nula que establece que los tratamientos producen el mismo efecto sobre la variable respuesta. Esto implica que la Fcal > Ftab o Pr < α.

5.2 Modelo Estadístico

$$Y_{ij} = \mu + T_i + E_{ij}$$

Dónde:

i = 1, 2,…, tratamientos.

j = 1, 2,…, repeticiones.

T_i = Efecto del tratamiento i.

y_{ij}=Es el valor de la variable respuesta del tratamiento i en su repetición j.

μ = Media General.

E_{ij} = Error experimental

Cuando diseñamos un experimento debemos buscar que el número de grados de libertad del error sea grande, ya que, de acuerdo con Cochran y Cox (1978), cuando el número de GL error es pequeño, los límites de error para una diferencia verdadera son incrementados y la probabilidad de obtener un resultado significativo disminuye; en otras palabras, disminuye la sensibilidad del experimento. En el caso del DECA, una forma lograrlo es incrementar el número de repeticiones por tratamiento. Por ejemplo, en lugar de 5 repeticiones utilizar 10.

PRUEBA DE HIPOTESIS.

Ho: Todos los tratamientos producen el mismo efecto sobre la variable respuesta.
Ha: Al menos dos tratamientos producen efectos diferentes sobre la variable respuesta.

REGLA DE DECISIÓN

Rechazar Ho Si Fcal > Ftab
Rechazar Ho Si P-Value < α

5.3 Ejemplo del Diseño Experimental Completamente Aleatorizado (DECA)

En la ciudad de Toluca se estableció un ensayo de procedencias de *Pinus radiata* y se evaluaron 3 lugares de procedencia (**T1** = Amecameca, Estado de México, **T2** = Ixmiquilpan, Hidalgo y **T3** = Cd. Madera, Chihuahua). Después de 20 años, se midió el diámetro de los árboles para observar si existía diferencia entre procedencias. Los datos se muestran en el Cuadro 6.

Cuadro 6. Datos obtenidos del experimento de ensayo de procedencias, tres tratamientos con 6 repeticiones.

Tratamientos	**R_1**	**R_2**	**R_3**	**R_4**	**R_5**	**R_6**
$T_{1(Amecameca)}$	43.3	42.9	40.5	42.5	33.5	43.4
$T_{2(Ixmiquilpan)}$	28.9	29.6	31.0	35.6	33.3	39.1

T_{3}(Cd. Madera)	38.0	48.5	37.3	37.5	33.5	33.4

Tratamientos
T_1 = Amecameca, Estado de México (Testigo).
T_2 = Ixmiquilpan, Hidalgo.
T_3 = Ciudad Madera, Chihuahua.
Variable Respuesta: Diámetro de los árboles a los 20 años (cm).

5.3.1 Prueba de Normalidad

Contraste de Hipótesis de Tratamiento 1

Ho: Los valores de Diámetro del T_1 tienen distribución normal.
Ha: Los valores de Diámetro del T_1 no tienen distribución normal.

Test de Anderson-Darling

P-value		α	
0.011	<	0.05	Se rechaza Ho. Los valores de Diámetro del T_1 no tienen distribución normal.

Contraste de Hipótesis del Tratamientos 2
Ho: Los valores de Diámetro del T_2 tienen distribución normal.
Ha: Los valores de Diámetro del T_2 no tienen distribución normal.

Test de Anderson-Darling

P-value		α	
0.25	>	0.05	Se rechaza Ho. Los valores de Diámetro del T_1 no tienen distribución normal.

5.3.2 Prueba de Varianzas Homogéneas

Contraste de Hipótesis

Ho: Las varianzas son homogéneas).

Ha: Las varianzas no son homogéneas).

P- vale		α	
0.6488	>	0.05	No se rechaza Ho. Las varianzas son homogéneas

5.3.3 Análisis de la Varianza

El análisis de la varianza en el diseño experimental completamente aleatorizado nos permite identificar si entre los tratamientos existe diferencia de acuerdo con la variable de respuesta.

Contraste de hipótesis

Ho: Todas las procedencias producen el mismo efecto sobre el diámetro de *Pinus radiata.*
Ha: Al menos dos tratamientos producen efectos diferentes sobre el diámetro de *Pinus radiata*.

Para poder rechazar o no rechazar la Ho es necesario realizar el Análisis de la varianza. Para el ejemplo, los resultados se muestran en el Cuadro 7.

Cuadro 7. Desarrollo del cuadro del análisis de la varianza (DECA).

FV	GL	SC	CM	Fcal	Probabilidad	Ftab	Sig
Tratamiento	2	201.4	100.69	4.998	0.022	3.68	*
Error	15	302.2	20.15				
Total	17	503.6					

Suma del Total por Tratamientos
$Y_{1\cdot}$ = 246.1
$Y_{2\cdot}$ = 197.5
$Y_{3\cdot}$ = 228.2
Tratamientos = 3
Repeticiones = 6

Gran total
$Y_{\cdot\cdot}$ = 671.8

Grados de libertad

GL (Tratamientos) = T-1 = 3-1 = 2
GL (Total) = Tr-1 = 3(6)-1 = 18-1 = 17
GL (Error) = GL (Total)- GL (Tratamientos)=17-2=15

Suma de Cuadrados de Tratamientos

SC(Tra) = $\frac{y_{1\bullet}{}^2}{6} + \frac{y_{2\bullet}{}^2}{6} + \frac{y_{3\bullet}{}^2}{6}$ - $\frac{y_{\bullet\bullet}{}^2}{Tr}$

$$=\frac{246.1^2}{6} + \frac{197.5^2}{6} + \frac{228.2^2}{6} - \frac{671.8^2}{18}$$

=10094.2016 + 6501.0416 + 8679.2066 - 25,073.0688
=201.381

Suma de Cuadrados del Total

SCtotal = $y^2_{11}+ y^2_{12}+ y^2_{13}+ y^2_{14}+ y^2_{15}+ y^2_{16}+ y^2_{21}+ y^2_{22}+ y^2_{23}+ y^2_{24}+ y^2_{25}+ y^2_{26}+ y^2_{31}+ y^2_{32}+ y^2_{33}+ y^2_{34}+ y^2_{35}+ y^2_{36}.$

$$= 43.3^2 + 42.9^2 + 40.5^2 + 42.5^2 + 33.5^2 + 43.4^2 + 28.9^2 + 29.6^2 + 31.0^2 + 35.6^2 + 33.3^2 + 39.1^2 + 38.0^2 + 48.5^2 + 37.3^2 + 37.5^2 + 33.5^2 + 33.4^2 - \frac{671.8}{18^2}$$

SCtotal = 25 576.64 – 25 073.06889 = 503.571

Suma de Cuadrados del Error

SC(Error) = SC(total) - SC(Tra)

SC(Error) = 503.571-201.381

SC(Error) = 302.19

Cuadrados Medios

$$\boldsymbol{Cuadrado\ Medio\ de\ Tratamientos} = \frac{SC(TRA)}{GL(TRA)} = \frac{201.381}{2} = 100.69$$

$$\boldsymbol{Cuadrado\ Medio\ del\ Error} = \frac{SC(Error)}{GL(Error)} = \frac{302.190}{15} = 20.15$$

F calculada

$$\boldsymbol{Fcalculada} = \frac{CM(TRA)}{CM(ERROR)} = \frac{100.69}{20.15} = 4.998$$

F tabular

$$\boldsymbol{Ftab} = F_{GLError,\ \alpha}{}^{GL\ (Tra)}$$

$$\boldsymbol{Ftab} = F_{15,\ 0.05}{}^{2} = 3.68$$

Cálculo de F tabular utilizando Excel

1. Situarse en una celda.
2. Insertar la función $\boxed{\text{=Distr.F.inv. (0.05,2,15)}}$

= Distr.F.inv. (Probabilidad, Grado de libertad 1, Grado de libertad, 2)

Dónde:

Probabilidad = α (0.05, 0.01).

Grados de Libertad 1 = Grados de Libertad de Tratamientos.

Grados de Libertad 2 = Grados de Libertad del Error.

Cálculo de F tabular en tablas de Fisher.

	Prob valor alto F	GL (Trat) (2)
G (error) (15)	A 0.05	3.68

5.3.4 Conclusión

Para poder concluir el análisis de la varianza es necesario tomar en cuenta la siguiente:

Regla de Decisión.

"Rechazar Ho, si F calculada > F tabular"
"Rechazar Ho, si Probabilidad de Error < α "

Del Cuadro 7, se obtienen los valores tanto de F calculada, F tabular y Probabilidad.

F Calculada		**F tabular**
4.998	>	3.68

P- vale		**α**
0.022	<	0.05

De acuerdo con la regla se decisión, se rechaza Ho con $\alpha = 0.05$. Por lo tanto Con un nivel de significancia del 5 %(Confiabilidad del 95 %) se concluye que no todas las procedencias estudiadas producen el mismo efecto sobre el diámetro de los árboles de *Pinus radiata* después de 20 años.

Si en lugar de $\alpha = 0.05$ tomamos $\alpha = 0.01$. Entonces de acuerdo con la regla se decisión, no se rechaza Ho con $\alpha = 0.01$. Por lo tanto Con un nivel de significancia del 1 %(Confiabilidad del 99 %) se concluye que todas las procedencias estudiadas producen el mismo efecto sobre el diámetro de los árboles de *Pinus radiata* después de 20 años.

VI. DISEÑO EXPERIMENTAL EN BLOQUES AL AZAR (DEBA)

Este diseño experimental se utiliza cuando no tenemos unidades experimentales homogéneas. Por ello, las unidades experimentales se clasifican en grupos (Bloques) en función de un gradiente de variación (factor concomitante) de tal manera que cada bloque tenga unidades experimentales homogéneas.

Para que el DEBA sea efectivo debemos asegurarnos que la diferencia de las unidades experimentales entre los bloques sea los mas grande posible y la diferencia de las unidades experimentales dentro de cada bloque sea lo más pequeño posible.

Los tratamientos se asignan al azar a las unidades experimentales en cada bloque. Cada bloque tiene tantas unidades experimentales como tratamientos se estudian. En la Figura 9, al presentarse tres UE por bloque solamente pueden establecerse tres tratamientos, los cuales tienen que aparecer en todos los bloques.

Badii *et al.* (2007) menciona que entre los objetivos y características de este diseño se encuentran:

I. Mantener la variabilidad entre unidades experimentales dentro de un bloque tan pequeño como sea posible y maximizar las diferencias entre bloques. Si no hay diferencias entre los bloques, este diseño no contribuye a la precisión para detectar las diferencias entre tratamientos.
II. En cada tratamiento se asigna el mismo número de veces a las unidades experimentales dentro de un bloque, usualmente una vez. Por regla general es más eficiente tener una sola repetición de cada tratamiento por bloque. A fin de minimizar el error experimental, deben tomarse todas las precauciones para tratar las unidades experimentales dentro de un bloque lo más uniforma posible. Los bloques pueden estar constituidos por áreas compactas de campo, grupo de animales que pueden manipularse de un modo uniforme, o diferentes tiempos de aplicación de unidades experimentales.

6.1 Factor concomitante

Es un gradiente de variación que nos permite formar bloques y este gradiente no es de interés de estudió (Figura 9).

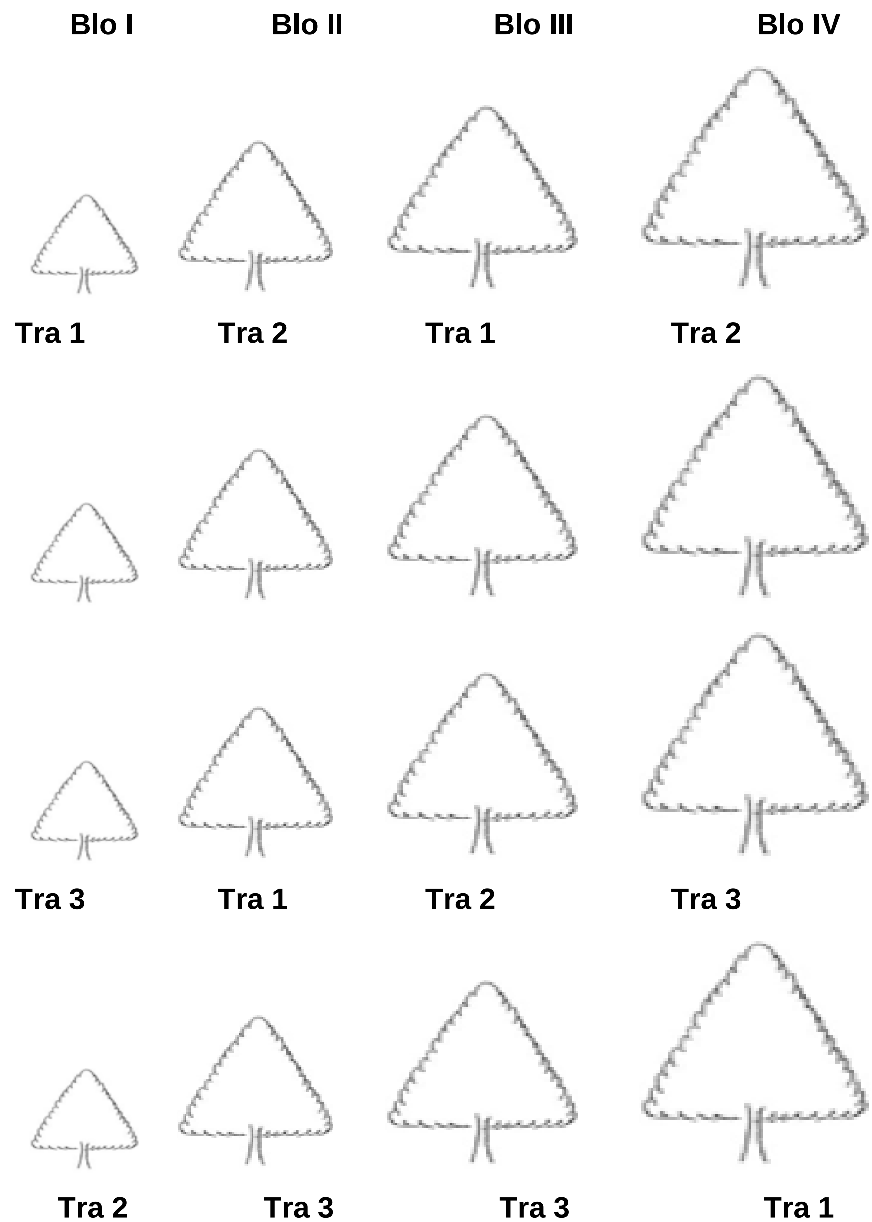


Figura 9. Gradiente de variación en altura de árboles (Factor Concomitante = Altura de Árboles). Al presentarse 4 alturas diferentes, se forman 4 bloques homogéneos.

Cuadro 8. Procedimiento para el análisis de la varianza en el diseño experimental en Bloques Aleatorizados.

Factor de Variación	**Grados de Libertad**	**Suma de Cuadrados**	**Cuadrados Medios**	**Fcal**	**Ftab**	**Sig.**
Tra	t-1	$\sum_{i=1}^{t} \frac{y_{i\cdot}^{2}}{r} - \frac{y_{\cdot\cdot}^{2}}{tr}$	$\frac{Sc(Tra)}{Gl(Tra)}$	$\frac{CM(Tra)}{CM(Error)}$	$F_{GL\ (Error)}^{GL\ (Tra)}$	* ** NS
Blo	r-1	$\sum_{j=1}^{r} \frac{y_{\cdot j}^{2}}{t} - \frac{y_{\cdot\cdot}^{2}}{tr}$	$\frac{Sc(Blo)}{Gl(Blo)}$	$\frac{CM\ (Blo)}{CM(Error)}$	$F_{GL\ (Error)}^{GL\ (Blo)}$	* ** NS
Error	X-Dif	X-Diferencia	$\frac{Sc(Error)}{Gl(Error)}$			
Total	tr-1	$\sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} \frac{y_{i\cdot}^{2}}{r} - \frac{y_{\cdot\cdot}^{2}}{tr}$				

t = tratamiento

r = repetición (bloque)

Sc = suma de cuadrados

Gl = grados de libertad

CM = Cuadrados medios

Sig = Significativo

Tra = Tratamiento

Blo = Bloques

NS = No significativo

6.2 Modelo Estadístico

$$Y_{ij} = \mu + T_i + \beta_j + E_{ij}$$

Dónde:

i = 1, 2,…, tratamientos.

j = 1, 2,…, repeticiones.

T_i **=** Efecto del tratamiento i.

β_j **=** Efecto del bloque j

y_{ij}**=**Es el valor de la variable respuesta del tratamiento i en el bloque j.

μ = Media General.

E_{ij} **=** Error experimental

Cuando diseñamos un experimento debemos buscar que el número de grados de libertad del error sea grande, ya que, de acuerdo con Cochran y Cox (1978), cuando el número de GL error es pequeño, los límites de error para una diferencia verdadera son incrementados y la probabilidad de obtener un resultado significativo disminuye; en otras palabras, disminuye la sensibilidad del experimento. En el caso del DEBA, una forma lograrlo es incrementar el número de bloques. Por ejemplo, en lugar de 3 bloques utilizar 5.

6.3 Interacción Tratamiento-Bloque

La interacción tratamiento bloque es una de las condicionantes a considerar. En este diseño experimental no debe presentarse interacción Tratamiento-Bloque (Figura 10), ya que la teoría estadística se desarrolló bajo esta suposición. Es decir, el comportamiento de los tratamientos dentro de los bloques debe seguir una tendencia. El problema es cuando dicha tendencia no se cumple (Figura 11) y un tratamiento no se comporta de acuerdo con la tendencia de los demás. Para evitar el problema de interacción, es necesario incrementar el número de bloques, ya que esto permitirá eliminar el bloque que interactúa.

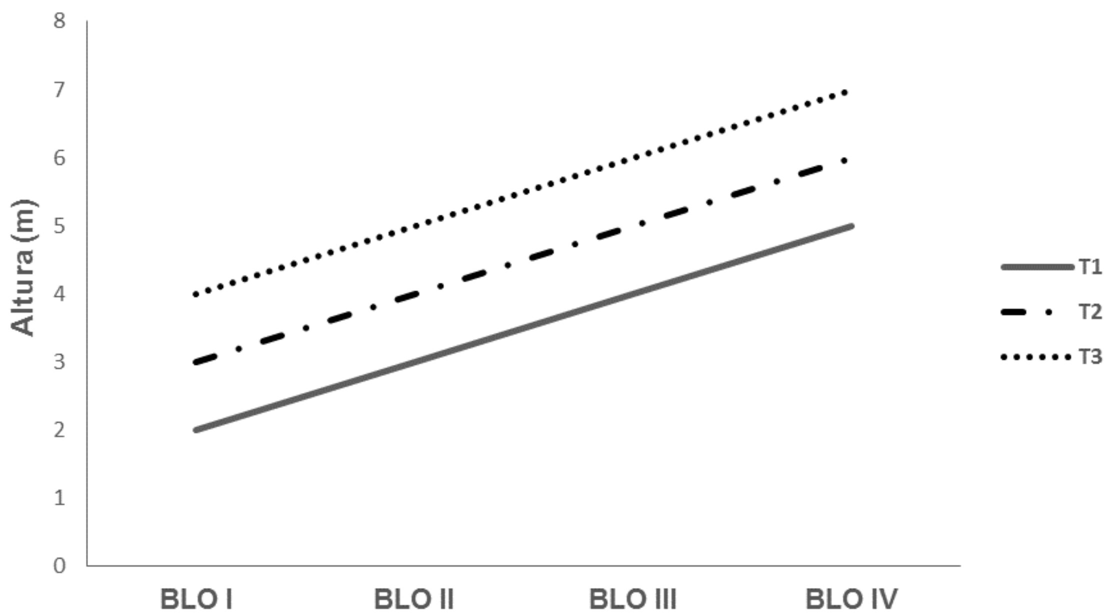


Figura 10. Comportamiento adecuado de los tratamientos dentro de cada bloque, en este caso no existe interacción.

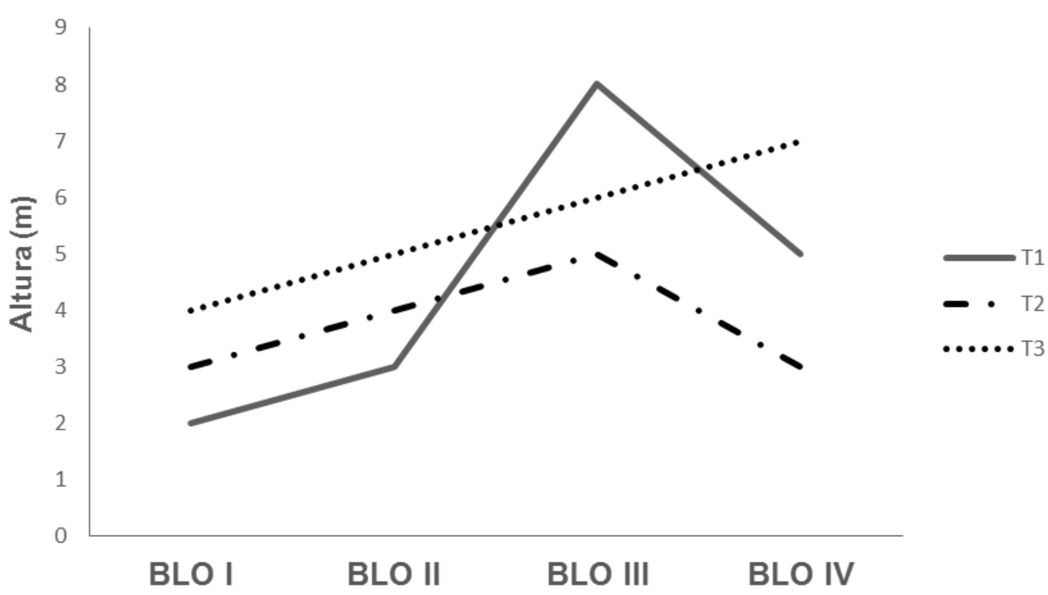


Figura 11. Comportamiento inadecuado de los tratamientos en los Bloques. En este caso se presenta interacción entre bloques, por lo cual no es recomendable utilizar este diseño.

6.4 Ejemplo del Diseño Experimental en Bloques al Azar (DEBA)

En un experimento se probó el efecto de 4 insecticidas sobre el control del insecto descortezador *Dendroctonus adjunctus* en *Pinus douglasiana*. Los tratamientos fueron los siguientes T1 (Testigo), T2 (Insecticida Letal), T3 (Insecticida Tenaz), T4 (Insecticida Fuerte), T5 (Insecticida Delta). Se formaron tres bloques de acuerdo con la edad de los árboles, donde el Bloque I corresponde a los árboles de 5 años y el Bloque II son plantas de 10 años y el Bloque III son los árboles de 20 años. La unidad experimental fue un árbol y la variable respuesta fue porcentaje de insectos muertos.

	BLO I	BLO II	BLO III
T1	3	4.2	6.3
T2	8	10.8	9.4
T3	6	7.9	10.6
T4	10	12.8	13.3
T5	6.7	8.3	10.3

6.4.1 Chequear normalidad.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 1
Ho: Los valores de y del T_1 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_1 no tienen distribución normal

Test de Anderson-Darling

P-value		α	No se rechaza H_O
0.25	>	0.05	Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_1 tienen distribución normal.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 2
Ho: Los valores de y del T_2 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_2 no tienen distribución normal

Test de Anderson-Darling

P-value α No se rechaza H_O

0.25 > 0.05		Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_2 tienen distribución normal.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 3
Ho: Los valores de y del T_3 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_3 no tienen distribución normal

Test de Anderson-Darling

P-value	α	No se rechaza H_O
0.25 >	0.05	Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_3 tienen distribución normal.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 4

Ho: Los valores de y del T_4 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_4 no tienen distribución normal
Test de Anderson-Darling

P-value	α	No se rechaza H_O
0.25 >	0.05	Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_4 tienen distribución normal.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 5
Ho: Los valores de y del T_5 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_5 no tienen distribución normal

Test de Anderson-Darling

P-value	α	No se rechaza H_O
0.189 >	0.05	Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_5 tienen distribución normal.

6.4.2 Prueba de Varianzas Homogéneas

Contraste de Hipótesis

Ho: $\sigma^2 YT_1 = \sigma^2 yT_2 = \sigma^2 YT_3 = \sigma^2 yT_4 = \sigma^2 YT_5$ (Las varianzas son homogéneas).
Ha: Las varianzas no son homogéneas.

P- vale		α	No se rechaza Ho con α= 0.05
0.9787	>	0.05	Las varianzas son homogéneas

6.4.3 **Análisis de la Varianza**

Análisis de la Varianza (ANAVA).

El análisis de la varianza en diseño experimental en bloques al azar permite identificar si entre los tratamientos existe diferencia de acuerdo con la variable de respuesta. Además permite identificar si entre los bloques existe diferencia de acuerdo con la variable respuesta.

Contraste de hipótesis

Tratamientos

Ho: Todos los insecticidas producen el mismo efecto sobre el porcentaje de insectos muertos en *Pinus douglasiana.*

Ha: Al menos dos insecticidas producen efectos diferentes sobre el porcentaje de insectos muertos en *Pinus douglasiana.*

Bloques

Ho: Todos los bloques producen el mismo efecto sobre el porcentaje de insectos muertos en *Pinus douglasiana.*

Ha: Al menos dos bloques producen efectos diferentes sobre el porcentaje de insectos muertos en *Pinus douglasiana.*

	BLO I	**BLO II**	**BLO III**	**Total Tra**
T1	3	4.2	6.3	13.5
T2	8	10.8	9.4	28.2
T3	6	7.9	10.6	24.5
T4	10	12.8	13.3	36.1

T5	6.7	8.3	10.3	25.3
Total Blo	33.7	44	49.9	

Total Tratamientos

$Y_{1\bullet} =$ 13.5

$Y_{2\bullet} =$ 28.2

$Y_{3\bullet} =$ 24.5

$Y_{4\bullet} =$ 36.1

$Y_{5\bullet} =$ 25.3

Total Bloques

$Y_{\bullet 1} =$ 33.7

$Y_{\bullet 2} =$ 44

$Y_{\bullet 3} =$ 49.9

Gran Total $Y_{\bullet\bullet} =$ 127.6

Para poder rechazar o no rechazar la Hipótesis Nula (Ho) es necesario realizar el Análisis de la varianza. Para el ejemplo, los resultados se muestran en el Cuadro 9.

Cuadro 9. Desarrollo del cuadro del análisis de la varianza (DEBA).

FV	GL	SC	CM	FC	Prob	Ftab	SIG
Tratamiento	4	88.2293	22.0507	28.7746	<0.0001	3.84	*
Bloque	2	26.8894	13.4447	17.5449	0.0012	4.46	*
Error	8	6.1307	0.7663				
Total	14	121.2494					

Grados de libertad

GL (Tratamientos) = t - 1 = 5 - 1= 4.

GL (Bloques) = r – 1= 3 - 1= 2.

GL (Total) = tr – 1 = 5 (3) – 1 = 15 – 1 = 14.

GL (Error) = GL (Tot) – GL (Tra) – GL (Blo) = 14 – 4 – 2 = 8.

Suma de Cuadrados

SC (Tra) = $$\sum_{i=1}^{t}\frac{y_{i}.^{2}}{r}-\frac{y..^{2}}{tr}$$

$$=\frac{y_1^2}{r}+\frac{y_2^2}{r}+\frac{y_3^2}{r}+\frac{y_4^2}{r}+\frac{y_5^2}{r}-\frac{y_{..}^2}{tr}$$

$$=\frac{13.5^2}{3}+\frac{28.2^2}{3}+\frac{24.5^2}{3}+\frac{36.1^2}{3}+\frac{25.3^2}{3}-\frac{127.6^2}{5(3)}$$

=60.75+265.08+200.0833+434.4033+213.3633-1085.4506

=1173.6799-1085.4506=88.2293

SC (Blo) = $$\sum_{j=1}^{r}\frac{y._{j}^{2}}{t}-\frac{y..^{2}}{tr}$$

$$=\frac{y_{.1}^2}{5}+\frac{y_{.2}^2}{5}+\frac{y_{.3}^2}{5}-\frac{y_{..}^2}{5(3)}$$

$$=\frac{33.7^2}{5}+\frac{44^2}{5}+\frac{49.9^2}{5}-\frac{127.6^2}{15}$$

= (227.138+387.2+498.002)-1085.4506

= 1112.34-1085.4506 = 26.889

SC (Total) = $(3.0^2+ 4.2^2+ 6.3^2 + 8^2 + 10.8^2 + 9.4^2 + 6^2 + 7.9^2+10.6^2+ 4.2^2+ 6.3^2 + 8^2 10.3^2) – (127.6^2/15)$.

=1206.7 - 1085.4506 = 121.2494

Cuadrados Medios

Cuadrado Medio de Tratamientos = $\frac{SC(Tra)}{GL(TRA)}=\frac{88.2293}{4}$ = 22.0507

Cuadrado Medio del Bloques = $\frac{SC(Blo)}{GL(Blo)}=\frac{26.8894}{2}$ =13.4447

Cuadrado Medio del error = $\frac{SC(error)}{GL(error)}=\frac{6.1307}{8}$ = 0.7663

F Calculada

FCal (Tratamientos)= $\frac{CM(TRA)}{CM(Error)}=\frac{22.05}{0.7663}$ = 28.7746

FCal (Bloques) = $\frac{CM(Blo)}{CM(Error)}=\frac{13.4447}{0.7663}$ = 17.5449

F tabular

$$\boldsymbol{Ftab}\ (\boldsymbol{Tratamientos}) = F_{GL(Error),\ \alpha}^{GL\ (Tra)}$$

$$\boldsymbol{Ftab}(\boldsymbol{Tratamientos}) = F_{8,\ 0.05}^{4} = 3.84$$

$$\boldsymbol{Ftab}\ (\boldsymbol{Bloques}) = F_{GL(Error),\ \alpha}^{GL\ (Blo)}$$

$$\boldsymbol{Ftab}\ (\boldsymbol{Bloques}) = F_{8,\ 0.05}^{2} = 4.46$$

Cálculo de F tabular utilizando Excel

1. Situarse en una celda.
2. Insertar la función $\boxed{\text{=Distr.F.inv. (0.05,2,15)}}$

= Distr.F.inv. (Probabilidad, Grado de libertad 1, Grado de libertad, 2)

Dónde:

Probabilidad = α (0.05, 0.01).

Grados de Libertad 1 = Grados de Libertad de Tratamientos o Bloques.

Grados de Libertad 2 = Grados de Libertad del Error.

Conclusión

Para poder concluir el análisis de la varianza es necesario tomar en cuenta la siguiente:

Regla de Decisión.

“Rechazar Ho, si F calculada > F tabular”
“Rechazar Ho, si Probabilidad de Error < α ”
Del Cuadro 9, se obtienen los valores tanto de F calculada, F tabular y Probabilidad.

Fcalculada		**Ftabular**	
28.7746	>	3.84	TRA
17.5449	>	4.46	BLO

P-valé **α**

0.0001	<	0.05	TRA
0.0012	<	0.05	BLO

Tratamientos

De acuerdo con la regla se decisión, se rechaza Ho con α = 0.05. Por lo tanto, con un nivel de significancia del 5 % (Confiabilidad del 95 %) se concluye que no todos los insecticidas estudiados producen el mismo efecto sobre el porcentaje de insectos (*Dendroctonus adjunctus*) muertos en *Pinus douglasiana.*

Si en lugar de α = 0.05 tomamos α = 0.01. Entonces de acuerdo con la regla se decisión, se rechaza Ho con α = 0.01 (Confiabilidad del 99 %) y se concluye que no todos los insecticidas estudiados producen el mismo efecto sobre el porcentaje de insectos (*Dendroctonus adjunctus*) muertos en *Pinus douglasiana*.

Bloques

De acuerdo con la regla se decisión, se rechaza Ho con α = 0.05. Por lo tanto con un nivel de significancia del 5 %(Confiabilidad del 95 %) se concluye que no todos los bloques producen el mismo efecto sobre el porcentaje de insectos (*Dendroctonus adjunctus*) muertos en *Pinus douglasiana.*

Si en lugar de α = 0.05 tomamos α = 0.01. Entonces de acuerdo con la regla se decisión, se rechaza Ho con α = 0.01 (Confiabilidad del 99 %) y se concluye que no todos los bloques estudiados producen el mismo efecto sobre el porcentaje de insectos (*Dendroctonus adjunctus*) muertos en *Pinus douglasiana*

VII. DISEÑO EXPERIMENTAL EN CUADRO LÁTINO

R.A. Fisher, fue quién propuso el nombre de cuadro latino o cuadrado latino en 1926 y las primeras aplicaciones se desarrollaron en el campo agronómico, especialmente en los casos de suelos con tendencias en fertilidad en dos direcciones (De Mediburu, 2007). La importancia de este diseño experimental es que fue diseñado para trabajar en condiciones donde se presentan gradientes de variación en dos direcciónes. En las ciencias naturales existen casos que impiden controlar el área en donde se va a realizar el experimento y suelen presentarse 2 factores concomitantes.

De acuerdo con varios autores (De Mediburu, 2007; Badii *et al*., 2007) las características que deben cumplirse al momento de utilizar este diseño son las siguientes:

- La distribución aleatoria de los tratamientos se restringe más apliamente mediante la agrupación de los misma mediante tanto en columnas como en hileras, de esta manera resultaes posible eliminar la variabilidad del error experimental asociada con ambos efectos.
- En cada fila y en cada columna, el número de unidades es igual al número de tratamientos.
- Un cuadro latino requiere tantas repeticiones como tratamientos existan; por lo tanto no resulta práctico un experimento con un gran número de experimentos, con una solo unidad experimental por tratamiento en cada columna o fila.
- Los cuadros latinos más comunes van de 5x5 a 8x8; cuadros mayores de 12x12 se usan muy rara vez.
- Cada tratamiento solamente puede aparecer una vez en cada fila y en cada columna por lo cual debe diseñarse cuidadosamente y esto se dificulta cuando el número de tratamientos es muy grande.

Ejemplo:

En un experimento con 4 tratamientos (A,B,C,D) se pueden formar 4 cuadros diferentes llamadas típicas o estandar (en la primera fila y en cada columna se tiene la misma distribución) (Figura 12). De manera práctica puede seleccionarse aleatoriamente uno de estos 4 cuadros y colocar los tratamientos en las unidades experimentales. La única condicionante es que por fila y por columna no se repitan los tratamientos.

A	B	C	D
B	C	D	A
C	D	B	B
D	A	A	C

Figura 12. Generación de cuadros latinos típicas o estandar para la asigación aleatoria de tratamientos.

La Figura 13 muestra un experimento de reforestación donde se comparan 4 tratamientos **(*Pinus deodora (A), Pinus sylvestris (B), Pinus longaeva (C), Pinus pinea (D)*)** que se instalarán en un predio con dos gradientes de variación (contenido de materia orgánica y contenido de humeda) es importante mencionar que estos factores no son de interes para el investigador, solo importa conocer el efecto de los tratamientos sobre la variable respuesta "Díametro y Altura anual". La unidad experimental está constituido por un árbol. Dado que ya están diseñados los cuadros estandar y por un proceso de aleatorización se seleccionó el cuadro III y se asigaron los tratamientos.

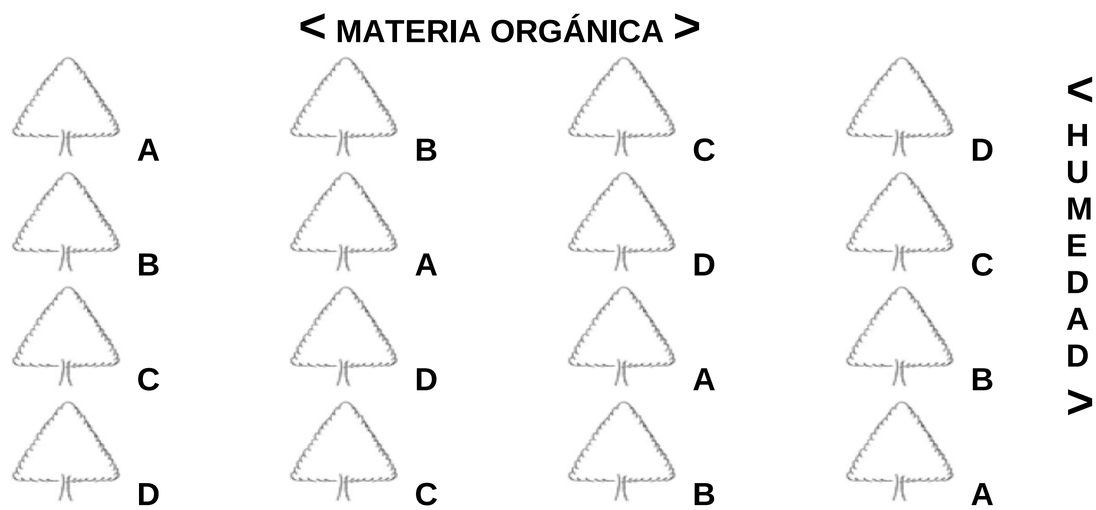


Figura 13. Ejemplo de asignación de tratamientos en un diseño esperimental en cuadro latino.

7.1 Modelo Estadístico

Cada observación del experimento es expresado como una relación lineal de los efectos involucrados (tratamiento, fila y columna), así:

$$\boldsymbol{Y_{ijk}} = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{T_i} + \boldsymbol{F_j} + \boldsymbol{C_k} + \boldsymbol{E_{ijk}}$$

Dónde:

i = 1, 2,…, Tratamientos.

j = 1, 2,…, Filas.

k = 1,2,…, Columnas.

T_i = Efecto del Tratamiento i.

F_j = Efecto de la Fila j.

C_k = Efecto de la columna k.

y_{ijk}= Es el valor de la variable respuesta del Tratamiento i en su Fila j y su Columna k.

μ = Media General.

E_{ijk} = Error experimental

Cuadro 10. Cuadro de análisis de la varianza para el diseño experimental en cuadro latino.

FV	GL	SC	CM	Fcal	Ftab	Sig
TRA	t-1	$(\sum_{i=1}^{t} \frac{y_{i..}^2}{r}) - \frac{y_{...}^2}{t^2}$	$\frac{SC(Tra)}{GL(TRA)}$	$\frac{CM(Tra)}{CM(ERROR)}$	$F^{(GLtra)}_{(GLerror)}$	* ** NS
HIL	t-1	$(\sum_{i=1}^{t} \frac{y_{.j.}^2}{r}) - \frac{y_{...}^2}{t^2}$	$\frac{SC(\ Hil)}{GL(HIL)}$	$\frac{CM(Hil)}{CM(Error)}$	$F^{(GLhil)}_{(GLerror)}$	* ** NS
COL	t-1	$(\sum_{i=1}^{t} \frac{y_{..k}^2}{r}) - \frac{y_{...}^2}{t^2}$	$\frac{SC(col)}{GL(col)}$	$\frac{CM(col)}{CM(Error)}$	$F^{(GLcol)}_{(GLerror)}$	* ** NS
ERROR	Xdif	Xdif	$\frac{SC(error)}{GL(error)}$			
TOTAL	t^2-1	$\sum_{i=1}^{t} \sum_{i=1}^{t} y_{.jk}^2 - \frac{y_{...}^2}{t^2}$				

Siguiendo con el ejemplo de la Figura 13, es pertinente utilizar el formato del Cuadro 11, para la recolección de datos.

Cuadro 11. Formato para la recolección de datos, se anota el valor de Y de cada UE.

	Col I	**Col II**	**Col III**	**Col IV**	**Total Fila**
Fila I	Y_{111}	Y_{212}	Y_{313}	Y_{414}	$Y_{\bullet 1 \bullet}$
Fila II	Y_{221}	Y_{422}	Y_{123}	Y_{324}	$Y_{\bullet 2 \bullet}$
Fila III	Y_{331}	Y_{132}	Y_{233}	Y_{424}	$Y_{\bullet 3 \bullet}$
Fila IV	Y_{441}	Y_{342}	Y_{243}	Y_{144}	$Y_{\bullet 4 \bullet}$
Total Col	$Y_{\bullet\bullet 1}$	$Y_{\bullet\bullet 2}$	$Y_{\bullet\bullet 3}$	$Y_{\bullet\bullet 4}$	$Y_{\bullet\bullet\bullet}$

Y_{111} = Valor de la variable respuesta del tratamiento 1 en la fila 1 y columna 1.

$Y_{1\bullet\bullet}$ = Total del Tratamiento 1.

$Y_{\bullet 1 \bullet}$ = Total de la Fila 1.

$Y_{\bullet\bullet 1}$ = Total de la Columna 1.

$Y_{\bullet\bullet\bullet}$ = Gran total.

Se dice que el Análisis de la Varianza es Significativo, cuando se rechaza la Hipótesis Nula que establece que los tratamientos producen el mismo efecto sobre la variable respuesta. Esto implica que la $F_{cal} > F_{tab}$ o $Pr < \alpha$.

7.2 Ejemplo del Diseño Experimental en Cuadro Latino (DECL)

En una ensayo de procedencias de bambú se evaluaron 4 especies de esta planta (T1= *Bambusa oldhamii*, T2= *Bambusa textilis*, T3= *Bambusa lako*, T4= *Phyllostachys bambusoides).* El terreno en donde se estableció la plantación presenta un gradiente de Humedad y un gradiente de Salinidad. Para contrarrestar el efecto del factor concomitante se decidió utilizar un diseño experimental en Cuadro Latino. La variable respuesta fue la altura del árbol después de 1 año de la siembra. La distribución de los tratamientos en la parcela se muestra en la Figura 14.

El análisis de los datos requiere que se determine si se existe diferencia estadística entre los tratamientos en cuanto a la altura de los árboles. Los valores obtenidos se muestran en el Cuadro 12.

Cuadro 12. Recopilación de datos del experimento de bambú establecido en CL.

	COL I		**COL II**		**COL III**		**COL IV**	
HIL I	T4	2	T1	1.2	T2	1.5	T3	2.2
HIL II	T2	1.4	T3	1.9	T4	1.6	T1	0.9
HIL III	T3	2	T4	1.5	T1	1.1	T2	1.7
HIL IV	T1	1.3	T2	1.7	T3	2.4	T4	1.7

Total	**Total Filas**	**Total Columnas**	**Gran Total**
Tratamientos	$\mathbf{Y_{\bullet 1 \bullet}} = 6.9$	$\mathbf{Y_{\bullet\bullet 1}} = 6.7$	$\mathbf{Y_{\bullet\bullet\bullet}} = 26.1$
$\mathbf{Y_{1 \bullet\bullet}} = 4.5$	$\mathbf{Y_{\bullet 2 \bullet}} = 5.8$	$\mathbf{Y_{\bullet\bullet 1}} = 6.3$	
$\mathbf{Y_{2 \bullet\bullet}} = 6.3$	$\mathbf{Y_{\bullet 3 \bullet}} = 6.3$	$\mathbf{Y_{\bullet\bullet 1}} = 6.6$	
$\mathbf{Y_{3 \bullet\bullet}} = 8.5$	$\mathbf{Y_{\bullet 4 \bullet}} = 7.1$	$\mathbf{Y_{\bullet\bullet 1}} = 6.5$	
$\mathbf{Y_{4 \bullet\bullet}} = 6.8$			

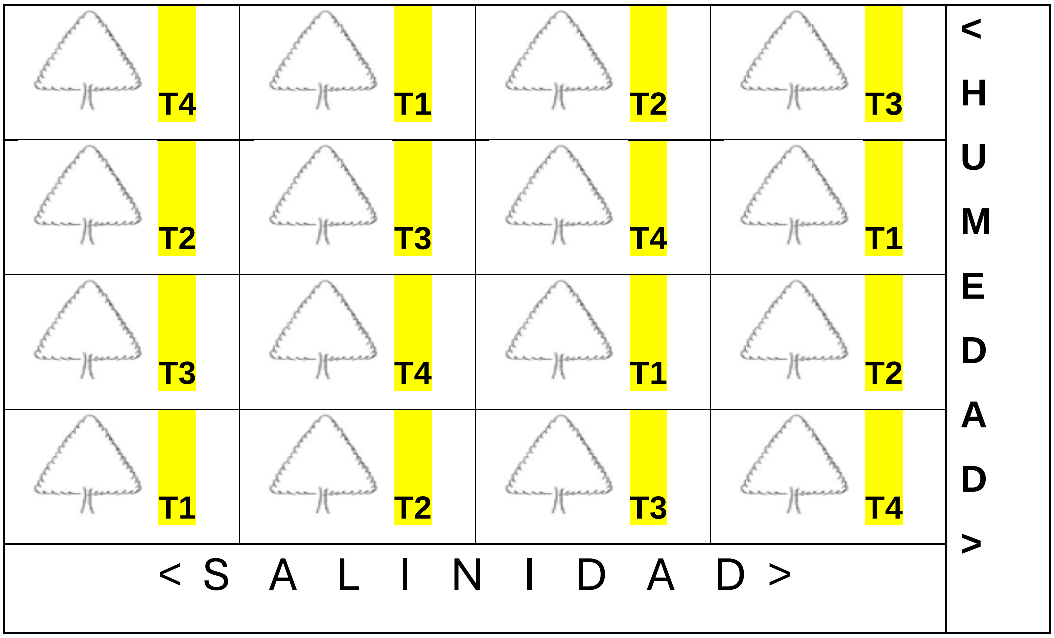


Figura 12. Distribución de los tratamientos en el Cuadro Latino dentro de la parcela.

7.2.1 Chequear normalidad.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 1
Ho: Los valores de y del T_1 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_1 no tienen distribución normal

Test de Anderson-Darling

P-value		α	No se rechaza H_O
0.25	>	0.05	Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_1 tienen distribución normal.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 2
Ho: Los valores de y del T_2 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_2 no tienen distribución normal

Test de Anderson-Darling

P-value	α	No se rechaza H_O

0.22	>	0.05	Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_2 tienen distribución normal.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 3
Ho: Los valores de y del T_3 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_3 no tienen distribución normal

Test de Anderson-Darling

P-value		α	No se rechaza H_O
0.25	>	0.05	Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_3 tienen distribución normal.

Contraste de Hipótesis del Tratamiento 4

Ho: Los valores de y del T_4 tienen distribución normal
Ha: Los valores de y del T_4 no tienen distribución normal

Test de Anderson-Darling

P-value		α	No se rechaza H_O
0.25	>	0.05	Los valores del porcentaje de insectos muertos del T_4 tienen distribución normal.

7.2.2 Prueba de Varianzas Homogéneas

Contraste de Hipótesis

Ho: $\sigma^2 YT_1 = \sigma^2 y T_2 = \sigma^2 YT_3 = \sigma^2 y T_4 = \sigma^2 YT_5$ (Las varianzas son homogéneas).
Ha: Las varianzas no son homogéneas.

P- vale		α	No se rechaza Ho con α= 0.05
0.9098	>	0.05	Las varianzas son homogéneas

7.2.3 **Análisis de la Varianza (ANAVA).**

El análisis de la varianza en diseño experimental en Cuadro Latino permite identificar si entre los tratamientos existe diferencia de acuerdo con la variable de respuesta. Además permite identificar si entre las Hileras y entre las Columnas existe diferencia de acuerdo con la variable respuesta.

Contraste de hipótesis

Tratamientos

Ho: Todas las especies de Bambú producen el mismo efecto sobre la altura de la planta después de un año de la fecha de siembra.

Ha: Al menos dos especies de Bambú producen el mismo efecto sobre la altura de la planta después de un año de la fecha de siembra.

Hileras

Ho: Todas las hileras producen el mismo efecto sobre la altura de la planta después de un año de la fecha de siembra.

Ha: Al menos dos hileras producen el mismo efecto sobre la altura de la planta después de un año de la fecha de siembra.

Columnas

Ho: Todas las columnas producen el mismo efecto sobre la altura de la planta después de un año de la fecha de siembra.

Ha: Al menos dos columnas producen el mismo efecto sobre la altura de la planta después de un año de la fecha de siembra.

Cuadro 13. Desarrollo de la tabla de análisis de la Varianza (DECL).

F V	GL	SC	CM	FC	Sig
Tra	3	2.0319	0.6773	25.606	*

Hil	3	0.2619	0.0873	3.31655	NS
Col	3	0.0219	0.0073	0.275	NS
Error	6	0.1587	0.02645		
Total	15	2.4744			

Grados de Libertad

GL (Tra) = t - 1 = 4-1 = 3
GL (Hil) = t - 1 = 4-1 = 3
GL (Col) = t - 1 = 4-1 = 3
GL (Tot) = $t^2 - 1 = 4^2 - 1 = 16-1 = 15$
GL (Error) = GL (tot) – GL (Tra) – GL (Hil) – GL (Col) = 15 – 3 – 3 – 3 = 6

Suma de Cuadrados

Tratamientos = $(\sum_{i=1}^{t} \frac{y_{i..}^2}{r}) - \frac{y_{...}^2}{t^2}$

$$= \frac{y_{1..}^2}{t} + \frac{y_{2..}^2}{t} + \frac{y_{3..}^2}{t} + \frac{y_{4..}^2}{t} - \frac{y_{..}^2}{t^2}$$

$$= \frac{4.5^2}{4} + \frac{6.3^2}{4} + \frac{8.5^2}{4} + \frac{6.8^2}{4} - \frac{26.1^2}{16}$$

$$= \frac{20.25}{4} + \frac{39.69}{4} + \frac{72.25}{4} + \frac{46.24}{4} - \frac{681.21}{16}$$

= 44.6075 – 42.5756 = 2.0319

Hileras = $(\sum_{i=1}^{t} \frac{y_{.j.}^2}{r}) - \frac{y_{...}^2}{t^2}$

$$= \frac{y_{.1.}^2}{t} + \frac{y_{.2.}^2}{t} + \frac{y_{.3.}^2}{t} + \frac{y_{.4.}^2}{t} - \frac{y_{...}^2}{t^2}$$

$$= \frac{6.9^2}{4} + \frac{5.8^2}{4} + \frac{6.3^2}{4} + \frac{7.1^2}{4} - \frac{26.1^2}{16}$$

$$= \frac{47.61}{4} + \frac{33.64}{4} + \frac{39.69}{4} + \frac{50.41}{4} - \frac{681.21}{16}$$

= 42.8375 – 42.5756 = 0.2619

SC (Col)= $(\sum_{i=1}^{t} \frac{y_{..k}^2}{r}) - \frac{y_{...}^2}{t^2}$

$$= \frac{y_{..1}^2}{t} + \frac{y_{..2}^2}{t} + \frac{y_{..3}^2}{t} + \frac{y_{..4}^2}{t} - \frac{y_{...}^2}{t^2}$$
$$= \frac{6.7^2}{4} + \frac{6.3^2}{4} + \frac{6.6^2}{4} + \frac{6.5^2}{4} - \frac{26.1^2}{16}$$
$$= \frac{44.89}{4} + \frac{39.69}{4} + \frac{43.56}{4} + \frac{42.25}{4} - \frac{681.21}{16}$$

= 42.5975 – 42.5756 = 0.0219

SC (Total) = $\sum_{i=1}^{t} \sum_{i=1}^{t} y_{.jk}^2 - \frac{y_{...}^2}{t^2}$

$$= y_{.11}{}^2 + y_{.12}{}^2 + y_{.13}{}^2 + \cdots + y_{.44}{}^2 - \frac{y_{...}{}^2}{t^2}$$
$$= 2.0^2 + 1.2^2 + 1.5^2 + \cdots + 1.7^2 - \frac{26.1^2}{4^2}$$

= 2.4744

SC (Error) = SC (Total) – SC (Col) – SC (Hil) – SC (Tra)

= 2.4744 – 0.0219 – 0.2619 – 2.0319 = 0.1587

Cuadrados Medios

CM (Tra) = $\frac{SC\ (Tra)}{GL\ (Tra)} = \frac{2.0319}{3} = 0.6773$

CM (Hil) = $\frac{SC\ (Hil)}{GL\ (Hil)} = \frac{0.2619}{3} = 0.0873$

CM (Hil) = $\frac{SC\ (Col)}{GL\ (Col)} = \frac{0.0219}{3} = 0.0073$

CM (Error) = $\frac{SC\ (Error)}{GL\ (Error)} = \frac{0.1587}{6} = 0.02645$

F Calculada

FC (Tra) = $\frac{CM\ (Tra)}{CM\ (Error)} = \frac{0.6773}{0.02645} = 25.6068$

FC (Hil) = $\frac{CM\ (Hil)}{CM\ (Error)} = \frac{0.08373}{0.02645} = 3.1655$

FC (Col) = $\frac{CM\ (Col)}{CM\ (Error)} = \frac{0.0073}{0.02645} = 0.275$

F tabular

$\boldsymbol{Ftab} = F_{GL(Error),\ \alpha}^{GL\ (Tra)}$

$\boldsymbol{Ftab} = F_{6,\ 0.05}^{3} = 4.76$

$\boldsymbol{Ftab} = F_{GL(Error),\ \alpha}^{GL\ (Hil)}$

$\boldsymbol{Ftab} = F_{6,\ 0.05}^{3} = 4.76$

$\boldsymbol{Ftab} = F_{GL(Error),\ \alpha}^{GL\ (Col)}$

$\boldsymbol{Ftab} = F_{6,\ 0.05}^{3} = 4.76$

Conclusión

Para poder concluir el análisis de la varianza es necesario tomar en cuenta la siguiente:

Regla de Decisión.

“Rechazar Ho, si F calculada > F tabular”
“Rechazar Ho, si Probabilidad de Error < α ”

Del Cuadro 13, se obtienen los valores tanto de F calculada, F tabular y Probabilidad.

Fcalculada		**Ftabular**	
25.606	>	4.76	Tra
3.31655	>	4.76	Hil
0.275	>	4.76	Col

P-valé		α	
0.0001	<	0.05	TRA
0.0012	<	0.05	BLO

Tratamientos

De acuerdo con la regla se decisión, se rechaza Ho con α = 0.05. Por lo tanto, con un nivel de significancia del 5 % (Confiabilidad del 95 %) se concluye que no todas las especies de Bambú estudiadas producen el mismo efecto sobre la altura de la planta.

Si en lugar de α = 0.05 tomamos α = 0.01. Entonces de acuerdo con la regla se decisión, se rechaza Ho con α = 0.01 (Confiabilidad del 99 %) y se concluye que no todas las especies de Bambú estudiadas producen el mismo efecto sobre la altura de la planta.

Hileras y Columnas

De acuerdo con la regla se decisión, No se rechaza Ho con α = 0.05 y con α = 0.01. Por lo tanto, con un nivel de significancia del 5 y 1 % (Confiabilidad del 95 y 99 %) se concluye que todas las hileras (Salinidad) y Columnas (Humedad) producen el mismo efecto sobre la altura de las plantas de bambú.

VIII. PRUEBA DE COMPARACIÓN DE MEDIA PRUEBA DE COMPARACIÓN DE MEDIAS

8.1 Introducción

Las pruebas de comparación de medias se utilizan para identificar el tratamiento que presentó los mejores resultados en el experimento. En este apartado también se ejecuta un procedimiento estadístico que implica la utilización de fórmulas establecidas.

Después de realizar el análisis de la varianza de cada uno de los diseños explicados anteriormente se pueden presentar dos casos. En el primero de ellos, está el escenario de que la F calculada < F tabular (P > α), es decir, no existe diferencia significativa entre los tratamientos y con ello el análisis estadístico finaliza. En la segunda situación tenemos que la F calculada > F tabular (P > α), es decir, existe diferencia significativa entre los tratamientos y, por lo tanto, es necesario continuar con el análisis para identificar el o los mejores tratamientos que solucionen el problema planteado en el experimento.

Entre las pruebas comúnmente utilizadas se encuentran se encuentras Tukey, Diferencia Mínima Significativa (DMS), SNK, Dunett, Scheffé y Duncan. En los siguientes párrafos se explicará cuidadosamente como se realiza cada una de ellas.

8.1.1 Ejemplo General

En la ciudad de Toluca se estableció un ensayo para seleccionar la mejor procedencia de *Pinus radiata.* Se evaluaron 3 lugares de procedencia (**T1** = Amecameca, Estado de México, **T2** = Ixmiquilpan, Hidalgo y **T3** = Cd. Madera, Chihuahua). Después de 20 años, se midió el diámetro de los árboles para observar si existía diferencia entre procedencias (Cuadro 14). También se utilizarán los datos del ANAVA del DECA (Cuadro 15).

Cuadro 14. Datos obtenidos del experimento de ensayo de procedencias (DECA), tres tratamientos con 6 repeticiones.

	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
T_1	43.3	42.9	40.5	42.5	33.5	43.4
T_2	28.9	29.6	31.0	35.6	33.3	39.1
T_3	38.0	48.5	37.3	37.5	33.5	33.4

Cuadro 15. Desarrollo del cuadro del análisis de la varianza (DECA).

FV	GL	SC	CM	Fcal	Probabilidad	Ftab	Sig
Tratamiento	2	201.4	100.69	4.998	0.022	3.68	*
Error	15	302.2	20.15				
Total	17	503.6					

8.2 Prueba de Tukey

Entre las pruebas más rigurosas en la comparación de medias se encuentra la prueba de Tukey. En general, el procedimiento implica los siguientes pasos;

A. Encontrar la media aritmética de los tratamientos y ordenarlos en forma descendente.
B. Calcular el valor de la Diferencia Mínima Significativa utilizando la siguiente fórmula.

$$DMS = qSy$$

Donde;

q = Valores tabulares de Tukey, preestablecidos; q(gl error), t, α.

Sy = Es la desviación estándar

$$Sy = \sqrt{\frac{Cuadrado\ Medio\ del\ Error\ (CMerror)}{repeticiones\ (r)}}$$

C. Comparación entre tratamientos y Decisión.

Ejemplo Prueba de Tukey

Con los datos del Diseño Experimental Completamente Aleatorizado, donde los tratamientos (procedencias) presentaron diferencia significativa, se realizará la prueba de comparación de medias de Tukey para identificar la mejor procedencia.

A. **Encontrar la media aritmética de los tratamientos y ordenarlos de manera descendente.**

T1 =	43.3	+ 42.9	+ 40.5	+ 42.5	+ 33.5	+ 43.4	= 246.1/6	= 41.0
T3 =	38.0	+ 48.5	+ 37.3	+ 37.5	+ 33.5	+ 33.4	= 228.2/6	= 38.0
T2 =	28.9	+ 29.6	+ 31.0	+ 35.6	+ 33.3	+ 39.1	= 197.5/6	= 32.9

B. **Calcular la DHS**

DHS = qSy

q = q(15),3,0.05= 3.67

$Sy = \sqrt{\frac{20.15}{6}}$ = 1.832

DHS = 3.67*(1.832) = 6.723

C. **Comparación y Decisión**

T1 – T3 =	41.0 – 38.0	= 3.0 < 6.723 (NS)	**T1** = 41.0 **a**
T3 – T2 =	38.0 – 32.9	= 5.1 < 6.723 (NS)	**T3** = 38.0 **ab**
T1 – T2 =	41.0 – 32.9	= 8.1 > 6.723 (*)	**T2** = 32.9 **b**

La diferencia que se obtiene entre los tratamientos se compara con la DHS de tal manera que; “Si el Valor de la DHS es menor que la resta entre los tratamientos comparados” entonces entre ellos existe diferencia significativa. Cuando se presenta este caso se colocan letras diferentes junto a la media de los tratamientos para diferenciarlos. Si se presenta el caso contrario entonces a ambos tratamientos comparados les corresponde letras iguales. Las letras se asignan en orden alfabético.

Conclusión

De acuerdo con los resultados de la comparación de medias se concluye que las procedencias de Amecameca, Estado de México (T1) y Ciudad Madera, Chihuahua (T3) son las procedencias que deben utilizarse para el establecimiento de plantaciones con *Pinus radiata*, en la Ciudad de Toluca, Estado de México.

8.3 Prueba de Diferencia Mínima Significativa (DLS, t Fisher, LSD).

Las Pruebas de DMS, TUKEY y DUNCANN son las más demandadas al momento de para seleccionar el mejor tratamiento. El procedimiento generas para la DMS es la siguiente:

A. Encontrar la media aritmética de los tratamientos y ordenarlos en forma descendente.
B. Calcular el valor de la Diferencia Mínima Significativa utilizando la siguiente fórmula.

$$DMS = t_t Sd$$

Donde;

t_t = Valores tabulares de la DMS preestablecidos; t(gl error), α/2.

Sd= Es la desviación estándar

$$Sy = \sqrt{\frac{2\ (Cuadrado\ Medio\ del\ Error\ )}{repeticiones\ (r)}}$$

C. Comparación entre tratamientos y Decisión.

Ejemplo Prueba de la DMS

Con los datos del Diseño Experimental Completamente Aleatorizado, donde los tratamientos (procedencias) presentaron diferencia significativa, se realizará la prueba de comparación de medias de la DMS para identificar la mejor procedencia.

A. Encontrar la media aritmética de los tratamientos y ordenarlos de manera descendente.

T1 =	43.3	+ 42.9	+ 40.5	+ 42.5	+ 33.5	+ 43.4	= 246.1/6	= 41.0
T3 =	38.0	+ 48.5	+ 37.3	+ 37.5	+ 33.5	+ 33.4	= 228.2/6	= 38.0
T2 =	28.9	+ 29.6	+ 31.0	+ 35.6	+ 33.3	+ 39.1	= 197.5/6	= 32.9

B. Calcular la DHS

DHS = t_tSd

t_t = t(15),0.05/2 = 2.13

$$Sd = \sqrt{\frac{2(20.15)}{6}} = 2.591$$

DHS = 2.13*(2.591) = 5.519

C. Comparación y Decisión

T1 – T3 =	41.0 – 38.0	= 3.0 < 5.519 (NS)	**T1** = 41.0 **a**
T3 – T2 =	38.0 – 32.9	= 5.1 < 5.519 (NS)	**T3** = 38.0 **ab**
T1 – T2 =	41.0 – 32.9	= 8.1 > 5.519 (*)	**T2** = 32.9 **b**

De acuerdo con los resultados de la comparación de medias se concluye que las procedencias de Amecameca, Estado de México (T1) y Ciudad Madera, Chihuahua (T3) son las procedencias que deben utilizarse para el establecimiento de plantaciones con *Pinus radiata*, en la Ciudad de Toluca, Estado de México.

8.4 Prueba de Duncan

La prueba de Duncan tiene la particularidad de que, de acuerdo con el número de tratamientos que se comparan, también se genera un DMS diferente, por lo cual, al incrementarse el número de tratamientos, los valores de la Diferencia Mínima Significativa También lo harán. Esta prueba es muy utilizada en experimentos en campo.

El procedimiento general para realizar esta prueba es la siguiente;

A. Encontrar la media aritmética de los tratamientos y ordenarlos en forma descendente.
B. Calcular el valor de la Diferencia Mínima Significativa utilizando la siguiente fórmula.

$$DMS\Delta = q\Delta Sy$$

Donde;

q**Δ** = q(gl error), **Δ**, α

Δ $= 2, 3, 4, \ldots, t$

Sy = Es la desviación estándar

$$Sy = \sqrt{\frac{Cuadrado\ Medio\ del\ Error\ (CMerror)}{repeticiones\ (r)}}$$

C. Comparación entre tratamientos y Decisión.

Ejemplo prueba de Duncan

Con los datos del Diseño Experimental Completamente Aleatorizado, donde los tratamientos (procedencias) presentaron diferencia significativa, se realizará la prueba de comparación de medias de Duncan para identificar la mejor procedencia.

A. **Encontrar la media aritmética de los tratamientos y ordenarlos de manera descendente.**

T1 =	43.3	+ 42.9	+ 40.5	+ 42.5	+ 33.5	+ 43.4	= 246.1/6	= 41.0
T3 =	38.0	+ 48.5	+ 37.3	+ 37.5	+ 33.5	+ 33.4	= 228.2/6	= 38.0
T2 =	28.9	+ 29.6	+ 31.0	+ 35.6	+ 33.3	+ 39.1	= 197.5/6	= 32.9

B. **Calcular la DHS**

$$DMS\Delta = q\Delta Sy$$

Donde;

$q\boldsymbol{\Delta}$ = q(gl error), $\boldsymbol{\Delta}$, α

$\boldsymbol{\Delta} = 2, 3, 4, \ldots, t$

Sy = Es la desviación estándar

$$Sy = \sqrt{\frac{Cuadrado\ Medio\ del\ Error\ (CMerror)}{repeticiones\ (r)}}$$

Δ	$\Delta 2$	$\Delta 3$
q(15), $\boldsymbol{\Delta}$, 0.05	**3.01**	**3.16**
Sy	**1.832**	**1.832**
DMS de Duncann	**5.514**	**5.789**

$$Sy = \sqrt{\frac{(CMerror)}{(r)}} = \sqrt{\frac{(20.146)}{(6)}} = 1.832$$

C. **Comparación y Decisión**

T1 – T3 =	41.0 – 38.0	= 3.0 < 5.514 (NS)	**T1** = 41.0 **a**
T3 – T2 =	38.0 – 32.9	= 5.1 < 5.514 (NS)	**T3** = 38.0 **ab**
T1 – T2 =	41.0 – 32.9	= 8.1 > 5.789 (*)	**T2** = 32.9 **b**

De acuerdo con los resultados de la comparación de medias se concluye que las procedencias de Amecameca, Estado de México (T1) y Ciudad Madera, Chihuahua (T3) son las procedencias que deben utilizarse para el establecimiento de plantaciones con *Pinus radiata*, en la Ciudad de Toluca, Estado de México.

8.5 Prueba de SNK

Al igual que la prueba de Duncan, el test de SNK, tiene la particularidad de que, de acuerdo con el número de tratamientos que se comparan, también se genera un DMS diferente, por lo cual, al incrementarse el número de tratamientos, los valores de la Diferencia Mínima Significativa También lo harán.

El procedimiento general para realizar esta prueba es la siguiente;

D. Encontrar la media aritmética de los tratamientos y ordenarlos en forma descendente.
E. Calcular el valor de la Diferencia Mínima Significativa utilizando la siguiente fórmula.

$$DHS = qSy$$

Donde;

q = q (gl error), $\S, \alpha$;

$\S = 2, 3, \ldots, t$.

Sy = Es la desviación estándar

$$Sy = \sqrt{\frac{Cuadrado\ Medio\ del\ Error\ (CMerror)}{repeticiones\ (r)}}$$

F. Comparación entre tratamientos y Decisión.

Ejemplo prueba de SNK

Con los datos del Diseño Experimental Completamente Aleatorizado, donde los tratamientos (procedencias) presentaron diferencia significativa, se realizará la prueba de comparación de medias de Duncan para identificar la mejor procedencia.

D. Encontrar la media aritmética de los tratamientos y ordenarlos de manera descendente.

T1 =	43.3	+ 42.9	+ 40.5	+ 42.5	+ 33.5	+ 43.4	= 246.1/6	= 41.0
T3 =	38.0	+ 48.5	+ 37.3	+ 37.5	+ 33.5	+ 33.4	= 228.2/6	= 38.0
T2 =	28.9	+ 29.6	+ 31.0	+ 35.6	+ 33.3	+ 39.1	= 197.5/6	= 32.9

E. Calcular la DHS de SNK

$$DHS = qSy$$

Donde;

q = q (gl error), §, α;

§ = 2, 3, ... , t.

Sy = Es la desviación estándar

$$Sy = \sqrt{\frac{Cuadrado\ Medio\ del\ Error\ (CMerror)}{repeticiones\ (r)}}$$

§	§1	§2
q(15), §, 0.05	**3.01**	**3.67**
Sy	**1.832**	**1.832**
DMS de Duncann	**5.514**	**6.723**

$$Sy = \sqrt{\frac{(CMerror)}{(r)}} = \sqrt{\frac{(20.146)}{(6)}} = 1.832$$

F. Comparación y Decisión

T1 – T3 =	41.0 – 38.0	= 3.0 < 5.514 (NS)	**T1** = 41.0 **a**
T3 – T2 =	38.0 – 32.9	= 5.1 < 5.514 (NS)	**T3** = 38.0 **ab**
T1 – T2 =	41.0 – 32.9	= 8.1 > 6.723 (*)	**T2** = 32.9 **b**

De acuerdo con la los resultados de la comparación de medias se concluye que las procedencias de Amecameca, Estado de México (T1) y Ciudad Madera, Chihuahua (T3) son las procedencias que deben utilizarse para el establecimiento de plantaciones con *Pinus radiata*, en la Ciudad de Toluca, Estado de México.

IX. LITERATURA CITADA

Badii, M.H, J. Castillo, M. Rodríguez, Wong, A. y Villalpando, P. (2007a). Diseños experimentales e investigación científica (Experimental designs and scientific research). Innovaciones de Negocios, 4(2):283-330.

Badii, M.H., J. Castillo, J.N. Barragán y Flores, A. E. (2007b). Análisis discriminante. Pp. 119-136. In: M.H. Badii & J. Castillo (eds.). Técnicas Cuantitativas en la Investigación. UANL, Monterrey.

Badii, M.H., J. Castillo, K. Cortez y Quiroz, H. (2007c). Análisis de clusters. Pp. 15-36. In: M. H. Badii & J. Castillo (eds.). Técnicas Cuantitativas en la Investigación. UANL, Monterrey.

Castillo-Márquez, L.E. (2006). Introducción a la estadística experimental. 3 era Edición. Texcoco, México: Universidad Autónoma Chapingo.

De Mendiburu, F. (2007). Diseño Cuadro Latino: DCL. Universidad de la Molina. **Obtenido de:** http://tarwi.lamolina.edu.pe/~fmendiburu/index-filer/academic/design/Latino.pdf.

Pájaro-Huertas, D. (2002). La formulación de hipótesis. Cinta Moebio. Num. 5. Universidad de Chile.

Real academia de la Lengua Española. 2001. El Diccionario de la lengua española (DRAE). Obtenido de: http://lema.rae.es/drae/?val=experimento.

Rodríguez-Henríquez, F. 2015. Distribuciones de probabilidad normal (Gaussina). **Obtenido de:** http://delta.cs.cinvestav.mx/~francisco/prope/Normal.pdf. **Fecha de consulta:** 23 de Agosto del 2015.